

Devoir maison de Physique n°8 - à rendre le lundi 24 avril 2017 -

Exercice 1 : La sonde Rosetta et le module Philae :

Rosetta est une mission de l'Agence spatiale européenne dont l'objectif principal est de recueillir des données sur la composition du noyau de la comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko et sur son comportement à l'approche du Soleil.

La sonde spatiale s'est placée en orbite autour de la comète puis, après une période d'observation de plusieurs mois, a envoyé, le 12 novembre 2014, Philae, un petit atterrisseur, se poser sur la surface de la comète pour analyser la composition de son sol.

Cet exercice s'intéresse aux orbites de la sonde Rosetta autour de la comète ainsi qu'à la descente du module Philae vers la comète.

On notera $\mathcal{R}$ le référentiel « cométocentrique » (de centre la comète et dont les axes pointent vers des étoiles lointaines), que l'on supposera Galiléen.



Vue d'artiste de la sonde Rosetta et du module Philae entrain de descendre sur la comète Tchourioumov-Guérassimenko

Données :

- Masse de la comète : $M = 1,0 \cdot 10^{13} \text{ kg}$
- Masse volumique de la comète : $\mu = 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Masse de la sonde Rosetta : $m_R = 1500 \text{ kg}$
- Masse de l'atterrisseur Philae : $m_P = 98 \text{ kg}$
- Distance de largage de Philae par rapport au centre de la comète : $r_{\text{larg}} = 22,5 \text{ km}$
- Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

1) Pour simplifier l'étude, on va modéliser la comète par une boule homogène de masse M et de masse volumique μ . Déterminer le rayon R de la boule équivalente à la comète (on rappelle que le volume d'une boule de rayon R est $V = \frac{4}{3} \pi R^3$). Dans toute la suite de l'exercice, on assimilera la comète à une boule de rayon R .

A – Rosetta autour de la comète :

Avant de larguer l'atterrisseur Philae, la sonde Rosetta s'est rapprochée par paliers de la comète. Le 10 septembre 2014, elle se situe sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 30 \text{ km}$.

2) Exprimer (en la démontrant) la vitesse v_1 de la sonde en orbite circulaire de rayon r_1 autour de la comète, en fonction de G , M et r_1 . Effectuer l'application numérique.

3) En déduire sa période de révolution T_1 . Effectuer l'application numérique.

La sonde parcourt, à partir du 8 octobre 2014, une orbite elliptique avec un apocentre A situé à la distance $r_A = 20$ km du centre O de la comète et un péricentre P caractérisé par $r_P = 10$ km. Le 15 octobre, la propulsion est utilisée pour placer la sonde sur une orbite circulaire de rayon $r_P = 10$ km.

4) Faire un schéma représentant l'orbite elliptique (après le 8 octobre) ainsi que l'orbite circulaire (après le 15 octobre). Vous ferez apparaître le centre O de la comète ainsi que les distances r_A et r_P .

5) Exprimer, en la démontrant, l'énergie mécanique de la sonde Rosetta en fonction du demi-grand axe a de l'ellipse qu'elle décrit autour de la comète.

6) En déduire la vitesse v_P de Rosetta au périégée de sa trajectoire elliptique, en fonction de G , M , r_A et r_P . Effectuer l'application numérique.

7) Pour placer la sonde en orbite circulaire de rayon r_P , la propulsion est utilisée lorsque Rosetta est au péricentre. Préciser numériquement la variation de vitesse Δv nécessaire.

B – Descente de Philae sur la comète :

On suppose que le module Philae est lâché sans vitesse initiale (dans le référentiel $\mathcal{R}$), à partir de la distance initiale $r_{\text{larg}} = 22,5$ km.

8) Etablir l'équation différentielle du deuxième ordre satisfaite par la distance $r(t)$ entre le module Philae et le centre O de la comète.

9) En déduire l'expression de $\frac{dr}{dt}$ en fonction de G , M , r et r_{larg} .

10) En déduire de la durée de chute τ de Philae, s'il est lâché sans vitesse initiale. On donne : $\int_{0,08}^1 \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}} dx \approx 1,55$.

11) En utilisant le théorème de l'énergie mécanique, exprimer littéralement puis numériquement la vitesse de Philae au moment où il entre en contact avec la comète.

C – Philae à la surface de la comète :

12) Calculer l'intensité du champ de pesanteur g à la surface de la comète.

13) Lors du largage de Philae le 12 novembre 2014, on trouve dans plusieurs journaux l'affirmation « Philae pèse 2 grammes sur la comète ». Qu'en pensez-vous ?

Exercice 2 : Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène :

En 1913, le physicien danois Niels Bohr (prix Nobel de physique en 1922) propose un nouveau modèle de l'atome d'hydrogène qui eut tout de suite un très grand succès, car il permettait de retrouver par la théorie les longueurs d'ondes des raies d'émission de l'atome d'hydrogène.

Ce modèle, particulièrement simple et élégant, est dit « semi-classique » car il traite l'électron comme une particule classique, mais impose la quantification de son moment cinétique.

Si le modèle a été plus tard remplacé par un modèle purement quantique de l'atome (notamment car il ne permettait pas d'expliquer le spectre d'émission de l'hélium, ni la nature des liaisons chimiques), il

reste un « monument » de la physique moderne, et c'est à lui que l'on pense quand on imagine l'atome comme un ensemble d'électrons tournant autour du noyau.

Les postulats de Bohr sont les suivants :

- (1) L'électron peut occuper différentes orbites circulaires autour du noyau.
- (2) Le moment cinétique de l'électron par rapport au centre du noyau est quantifié : on a $L_o = n\hbar$, où L_o est la norme du moment cinétique de l'électron (par rapport au centre du proton), n est un entier naturel (non nul) et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (où h est la constante de Planck).

Sachant que la force qui permet à l'électron d'orbiter autour du noyau est la force de Coulomb, déterminer les rayons r_n des orbites possibles de l'électron puis en déduire que les niveaux d'énergie de l'électron sont donnés par : $E_n = -\frac{13,6}{n^2} eV$ (cette formule avait été déterminée expérimentalement bien avant le modèle de Bohr, grâce à la spectroscopie).

Représenter sur un schéma à l'échelle les trois premières orbites possibles de l'électron autour du noyau (correspondant à l'état fondamental et aux deux premiers états excités).

Exercice 3 : Satellites de télécommunication :

On se propose d'étudier quelques aspects du fonctionnement de satellites de télécommunication en orbite autour de la Terre. Sauf mention contraire, on considérera que la Terre est une sphère homogène de rayon R_T et de centre O , immobile dans l'espace, sans rotation propre.

❑ 1 – Un satellite de masse M_S est en orbite circulaire de centre O , à une altitude h de l'ordre de quelques centaines de kilomètres (orbite basse). Établir la relation entre la période de révolution T et h . Exprimer de même la relation entre la vitesse $v = \|\vec{v}\|$ et h .

❑ 2 – Soient E_c et E_p l'énergie cinétique du satellite et son énergie potentielle dans le champ de gravitation de la Terre ; établir le « théorème du viriel » : $2E_c + E_p = 0$.

❑ 3 – À chaque position P du satellite correspond un point Q sur la Terre à la verticale de ce point. L'ensemble des points Q définit la trace de la trajectoire. Pour un observateur situé en Q , la durée de visibilité τ d'un satellite est l'intervalle de temps entre son apparition sur l'horizon (point A de la Fig. 1) et sa disparition sous l'horizon (point B). Exprimer τ en fonction de h , G , M_T et R_T .

Calculer τ pour $h = 8 \times 10^5$ m.

❑ 4 – Calculer T/τ . Pour les besoins de la téléphonie mobile, on place sur des orbites polaires (c'est-à-dire contenues dans un plan méridien terrestre) un ensemble de satellites,

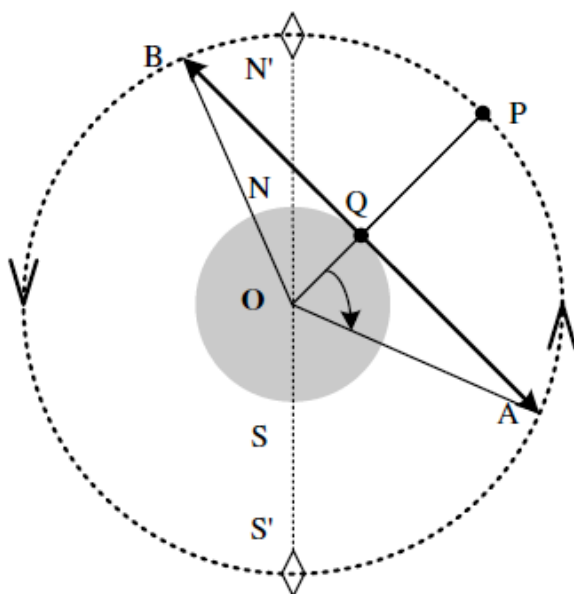


Fig. 1 : Satellite P , point Q et ligne des horizons AB . Le plan orbital représenté est dit polaire (la ligne des pôles est $N'S'$). L'angle est dit ancillaire.

identiques, appelé « train de satellites ». Ces satellites sont disposés régulièrement sur leur orbite polaire commune, à l'altitude de 800 km. Calculer le nombre minimal de satellites nécessaires pour former un « train » afin que tous les points au sol, dans le même plan méridien que l'orbite, voient au moins un satellite à tout instant.

Combien d'orbites polaires de ce type faut-il pour couvrir la surface de la Terre, c'est à dire pour que chaque point de la surface terrestre voie au moins un satellite à tout instant ? Combien doit-on disposer de satellites en tout ?

❑ 5 – Dans cette question, on prend en compte la rotation de la Terre. Calculer la période et l'altitude d'un satellite placé sur orbite géostationnaire. La notion de durée de visibilité garde-t-elle, dans ce cas, un sens ? Quels sont les avantages et les inconvénients d'un satellite géostationnaire comparé au train de la question 4 ?

❑ 6 – La Terre est entourée d'une atmosphère qui s'oppose au mouvement du satellite. La force de frottement $\vec{f}_a$ créée par l'atmosphère est proportionnelle au carré de la vitesse v du satellite et elle s'exprime par $\vec{f}_a = -\alpha M_S v \vec{v}$, où α a une valeur positive, constante dans cette question. Déterminer la dimension de α . Écrire le théorème de l'énergie cinétique en supposant que le théorème du viriel établi à la question 2 reste applicable en présence de $\vec{f}_a$. Établir l'équation différentielle vérifiée par h .

❑ 7 – Un satellite placé sur une orbite d'altitude 800 km subit une diminution d'altitude d'environ 1 m par révolution ; sa vitesse est, en norme, très peu affectée au bout d'une révolution. En déduire une estimation au premier ordre de α (ne pas s'étonner de la petitesse extrême du résultat !). Calculer, avec la même approximation, ce qu'il advient de l'altitude au bout de 10 ans de fonctionnement du satellite. Comparer à la solution exacte. Le fait d'avoir une augmentation de la vitesse en présence d'une force opposée au mouvement est-il paradoxal ?

❑ 8 – En réalité, les frottements dépendent de la densité de l'atmosphère et donc de l'altitude. Dans un certain domaine d'altitudes, α varie selon la loi $\alpha(h) = \frac{\gamma}{h^\beta}$, où γ et β sont positifs. Le même satellite que celui de la question 7 (perdant 1 mètre par révolution pour $h \approx 800$ km) perd, à l'altitude de 400 km, 2 mètres par révolution. Calculer γ et β .