

Devoir surveillé de sciences physiques n°1

Les calculatrices sont autorisées.

Soignez la rédaction et la présentation.

Les exercices sont totalement indépendants.

Tout résultat donné dans l'énoncé peut être utilisé pour les questions suivantes, même si on n'a pas su le démontrer.

Ne rendez pas le sujet avec votre copie.

Exercice 1 : Oscillations d'une masse sur un ressort vertical :

Un ressort vertical de raideur k et de longueur à vide l_0 est fixé au sol en un point A. Une masse m est accrochée à l'extrémité libre du ressort et peut se déplacer sans frottements le long de l'axe vertical (Ax). Les frottements de l'air sur la masse sont également négligés.

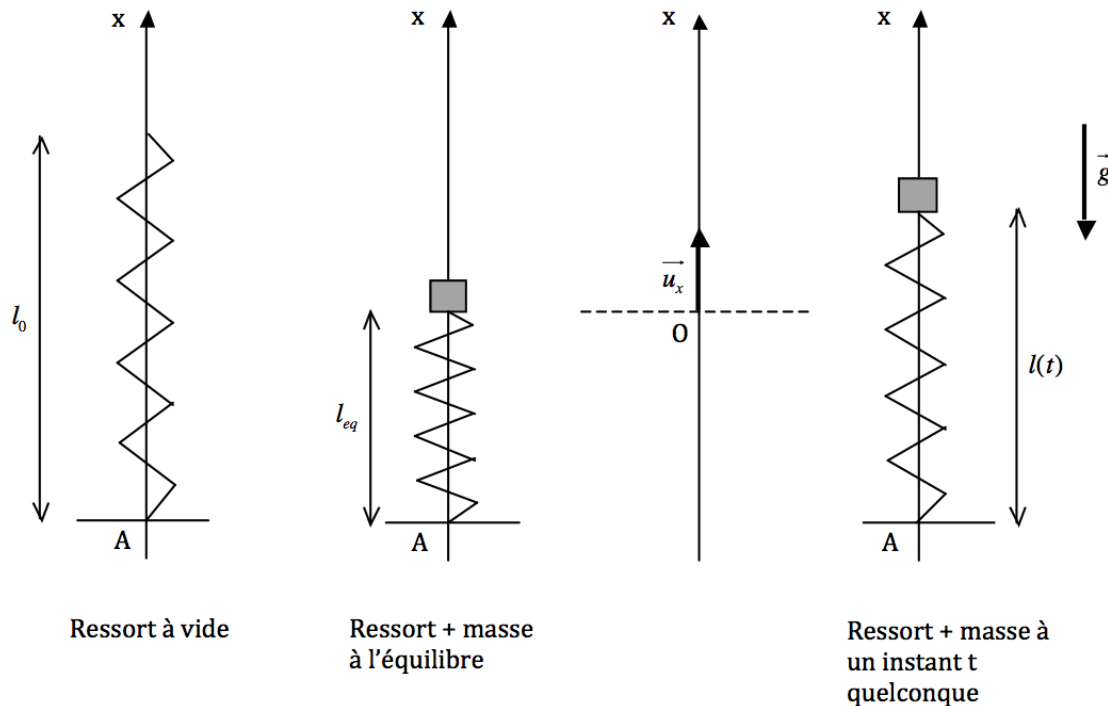


FIGURE 1 – Schéma du dispositif étudié à l'exercice 1

- 1) Déterminer l'expression de la longueur l_{eq} du ressort lorsque la masse est à l'équilibre (en fonction de l_0 , m , g et k). Vérifiez l'homogénéité de votre résultat ainsi que sa cohérence.
- 2) À $t = 0$, alors que la masse est à l'équilibre, on lui communique une vitesse initiale v_0 dirigée vers le haut. Montrer que, si l'on pose $x = l - l_{eq}$ (ce qui revient à choisir l'origine de l'axe (Ox) au niveau de la position d'équilibre de la masse), l'équation différentielle satisfaite par $x(t)$ est :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

où ω_0 est une constante positive que vous exprimerez en fonction des paramètres du problème.

- 3) Résoudre cette équation différentielle (i.e. déterminer la fonction $x(t)$) en tenant compte des conditions initiales (on pourra admettre la forme générale des solutions de l'équation sans le démontrer).

- 4) Représenter graphiquement $x(t)$ et donner l'expression de la période T_0 des oscillations en fonction des paramètres du problème.
- 5) À l'aide de l'expression de $x(t)$ déterminée à la question précédente, montrez que l'énergie mécanique du système reste bien constante au cours du temps.
- 6) Application : ce système peut modéliser la suspension d'une voiture (la voiture est la masse m et le ressort est sa suspension).
- a) Sachant que la masse moyenne d'une voiture est de 1500 kg à vide (on négligera ici le poids des passagers), quelle doit être la raideur k du ressort utilisé pour sa suspension, si l'on veut que l'élongation à l'équilibre ne dépasse pas 10 cm.
- b) La suspension est en fait constituée de quatre ressorts (un sur chaque roue). Sachant cela, quelle doit être la raideur de chacun des ressorts ? (vous pouvez donner le résultat sans justifier).
- c) À cause d'un dos d'âne, la voiture se met à osciller. Combien vaut la période des oscillations ?



FIGURE 2 – Schéma de la suspension d'une voiture : notez les quatre ressorts.

Exercice 2 : Enregistrement d'interférences sonores :

On dispose deux sources sonores quasi-ponctuelles E_1 et E_2 à une distance $a = 5,0 \text{ cm}$ l'une de l'autre (voir figure 3).

Les sources émettent en phase deux ondes sonores progressives sinusoïdales, ayant la même amplitude A_0 et la même fréquence $f = 440 \text{ Hz}$.

À une distance $D = 1,0 \text{ m}$ des deux émetteurs, on enregistre le son grâce à un microphone que l'on peut déplacer selon un axe (Ox) parallèle à la droite (E_1E_2) .

- 1) Expliquez brièvement et qualitativement comment varie le signal qu'enregistre le microphone lorsqu'on déplace celui-ci le long de l'axe (Ox) en partant du point O .
- 2) Montrer que, puisque $D \gg a$, on a :

$$r_2 - r_1 \simeq \frac{ax}{D}$$

- 3) Déterminer les positions x_n du microphone pour lesquelles le signal enregistré aura une amplitude *minimale* et en déduire la valeur de l'*interfrange* i .

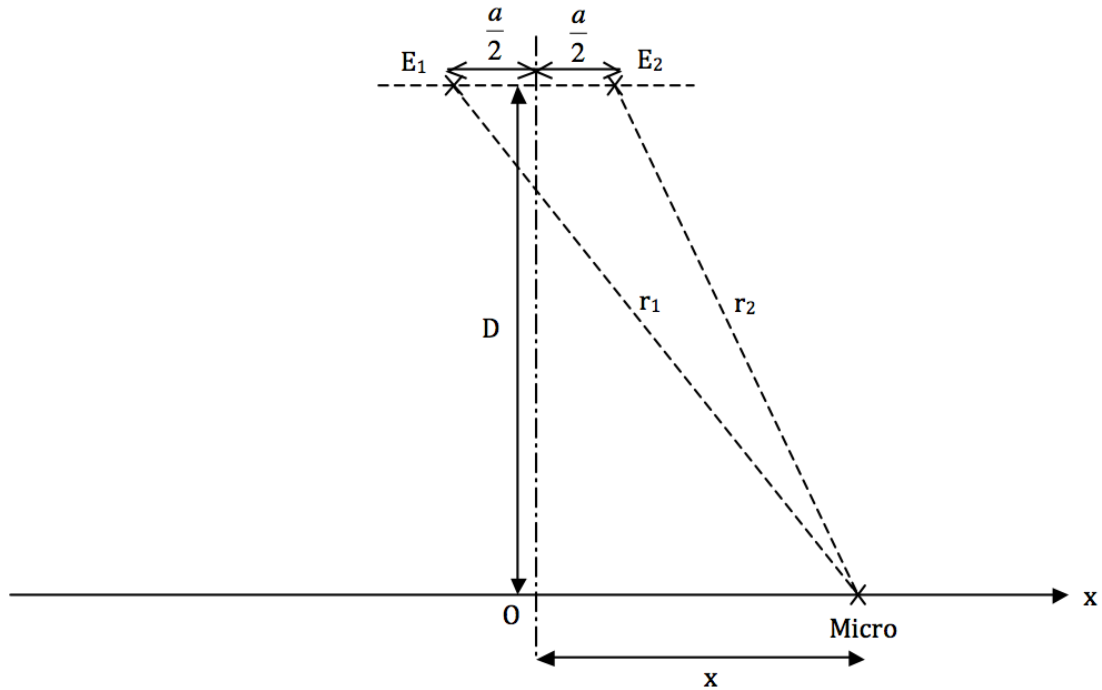


FIGURE 3 – Schéma de l'expérience étudiée dans l'exercice 2.

4) On se place en un point M de l'axe (Ox) d'abscisse x quelconque. On note $p_1(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$ la surpression acoustique en x due à la source E_1 et $p_2(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_2)$ la surpression due à E_2 .

a) Exprimer (en le justifiant) l'amplitude A de la surpression totale (c'est à dire en tenant compte des deux sources) en M, en fonction de A_0 , φ_1 et φ_2 .

b) L'intensité sonore mesurée par le microphone varie comme le carré de la surpression : on a $I = KA^2$ où I est l'intensité sonore, A l'amplitude de la surpression et K une constante de proportionnalité (positive). En utilisant le résultat de la question précédente, donner l'expression (littérale) de la fonction $I(x)$ qui donne l'intensité sonore en fonction de la position du microphone le long de l'axe (Ox). Tracer l'allure de cette fonction.

c) On préfère souvent exprimer l'intensité sonore en *décibels* (dB). L'intensité sonore en décibels I_{dB} est reliée à l'intensité sonore I par la relation :

$$I_{dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

où I_0 est une constante (qui correspond à une intensité sonore de référence).

Tracer l'allure de la fonction $I_{dB}(x)$.

Exercice 3 : Effet Doppler et radars routiers :

1) Définir, par une phrase courte et générale, ce qu'est l'effet Doppler.

2) Une source S se déplace à la vitesse v vers un récepteur R (voir figure 4). La source émet une onde de fréquence f se propageant à la célérité c . Exprimer, *en le démontrant précisément*, la fréquence f' de l'onde reçue par le récepteur en fonction de f , v et c .



FIGURE 4 – Effet Doppler.

L'effet Doppler est utilisé par les radars routiers pour mesurer la vitesse des voitures. Ces radars émettent des ondes électromagnétiques de fréquence $f_e = 24GHz$.

3) Calculer la longueur d'onde des ondes utilisées par les radars routiers. À quelle partie du spectre des ondes électromagnétiques ces ondes appartiennent-elles ?

Lors d'un contrôle radar, le radar (fixe) émet une onde de fréquence f_e qui arrive sur la voiture (qui roule vers le radar à une vitesse v), se réfléchit sur la carrosserie et revient sur le radar. On note f_r la fréquence de l'onde reçue par le radar. Les formules de l'effet Doppler pour les ondes électromagnétiques sont légèrement différentes des formules concernant les ondes mécaniques car il faut utiliser la théorie de la relativité restreinte pour les obtenir (on parle d'effet Doppler relativiste). On admettra donc que la fréquence reçue est donnée par :

$$f_r = f_e \left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \right)$$

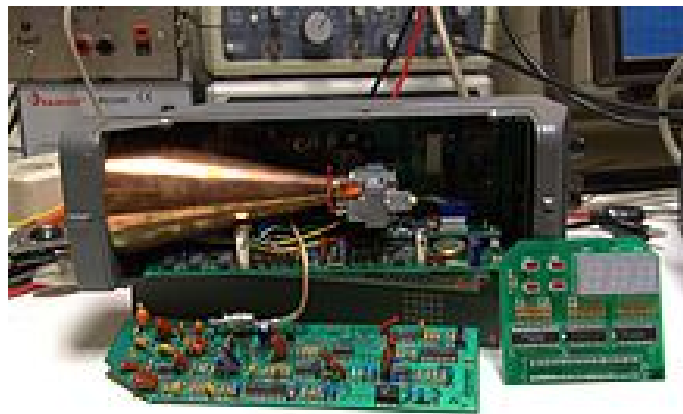


FIGURE 5 – Composants à l'intérieur d'un radar routier (de type "pistolet manuel" utilisé par la gendarmerie). Le cône métallique est l'antenne qui génère les ondes.

4) Montrer que, si l'on suppose que $v \ll c$ (ce qui est toujours le cas en pratique), la variation relative de fréquence due à l'effet Doppler est donnée par :

$$\frac{f_r - f_e}{f_e} \simeq \frac{2v}{c}$$

et calculez numériquement cette variation relative (que vous exprimerez en %) pour une voiture roulant à 130 km/h . Qu'en pensez-vous ?

En fait, pour arriver à détecter une aussi infime variation de fréquence, les radars routiers superposent au signal réfléchi de fréquence f_r le signal initial de fréquence f_e . L'allure du signal total obtenu est donnée à la figure 6.

5) Expliquez *précisément* la courbe obtenue (en vous appuyant sur des formules mathématiques) et en déduire la vitesse de la voiture qui a été contrôlée.

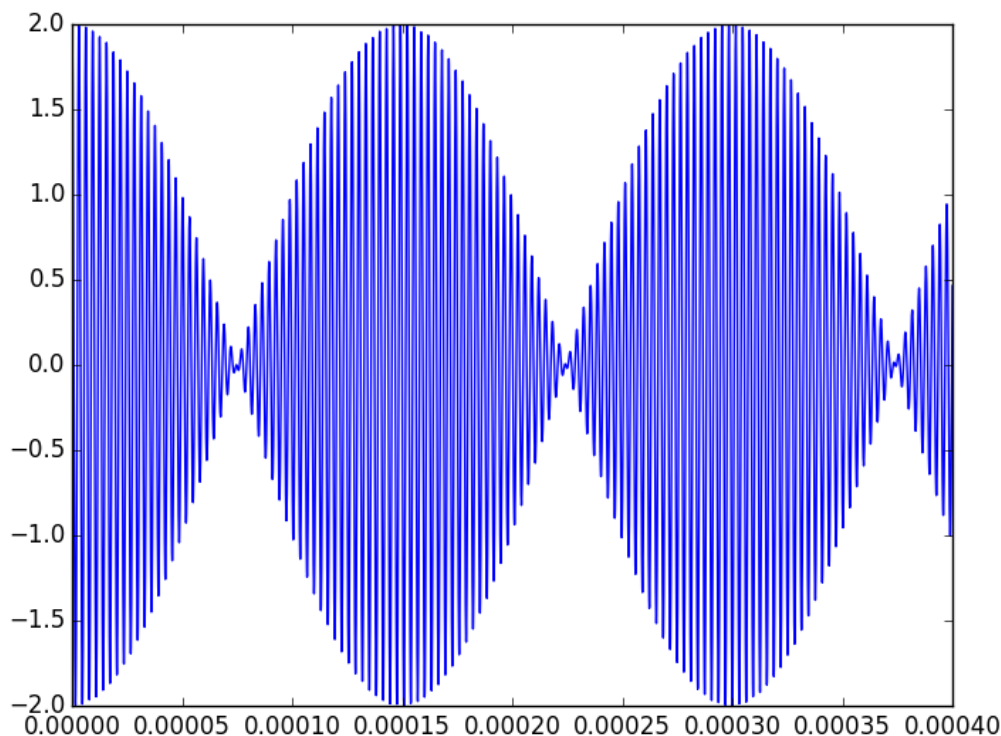


FIGURE 6 – Courbe obtenue par la superposition du signal radar incident et du signal réfléchi par la voiture (l'axe des abscisses est le temps, en secondes)

Exercice 4 : Instruments de musique :

Dans un premier temps, on s'intéresse à une corde de guitare de longueur L , fixée à ses deux extrémités (en $x = 0$ et $x = L$). Cette corde est soumise à des ondes de déformation élastiques (de célérité notée c), et on note $y(x, t)$ l'écart de la corde par rapport à sa position d'équilibre à l'abscisse x et à l'instant t .

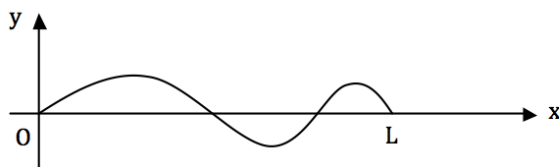


FIGURE 7 – Schéma de la corde de guitare.

- 1) La corde étant fixée à ses deux extrémités, on va chercher $y(x, t)$ sous forme d'une onde stationnaire.
 - a) Ecrire la forme mathématique générale d'une telle onde.
 - b) En utilisant les conditions aux limites liées au fait que la corde est fixée en $x = 0$ et $x = L$, montrer que seules certaines ondes stationnaires de pulsations spatiales k_n (que vous exprimerez) peuvent exister sur cette corde. Quelles sont les fréquences f_n de ces ondes ?

- c) Expliquez comment on aurait pu retrouver ce résultat très rapidement, en se basant sur des schémas.
- d) Donnez (sans justification) la forme mathématique générale d'une onde (quelconque) régnant sur la corde de guitare.

On considère à présent un tuyau d'orgue de longueur L ouvert à une extrémité et fermé à l'autre. On admet que l'onde stationnaire de surpression acoustique qui règne dans le tuyau doit nécessairement présenter un noeud au niveau de l'extrémité ouverte et un ventre au niveau de l'extrémité fermée.

- 2) a) Représenter schématiquement l'allure des 4 premiers modes propres de vibration du tuyau. En déduire les expressions des différentes fréquences émises par le tuyau.
- b) On veut que le tuyau émette un Do_1 , de fréquence 65 Hz. Quelle doit être pour cela la longueur du tuyau ?
- c) Quelle particularité aura le spectre du son émis par le tuyau d'orgue (d'après le résultat de la question 2)a) ? Représentez schématiquement l'allure du spectre.

Questions de cours sur la lumière :

Répondez brièvement !

1) Au 17ème siècle, le physicien hollandais Christian Huygens pense que la lumière est une onde, tandis qu'en Angleterre, Isaac Newton considère qu'elle est constituée de corpuscules. Au vu des connaissances scientifiques actuelles, lequel des deux avait raison ?

2) De la lumière verte se propage initialement dans le vide avec une célérité $c = 3,0 \cdot 10^8 m/s$, une fréquence $f = 5,8 \cdot 10^{14} Hz$ et une longueur d'onde $\lambda = 520 nm$. Cette onde pénètre ensuite dans de l'eau, d'indice de réfraction $n \simeq 1,33$.

Donner :

- la célérité
- la fréquence
- la longueur d'onde
- la couleur

de cette onde lumineuse, lorsqu'elle est dans l'eau.

3) Citer deux sources de lumière basées sur l'émission thermique. Quel type de spectre obtient-on si on analyse la lumière venue d'une telle source.

4) Expliquez brièvement la différence entre l'émission *spontanée* et l'émission *stimulée* de lumière. Citer une source de lumière qui utilise l'émission spontanée et une autre qui utilise l'émission stimulée.

5) Un atome se désexcite en passant d'un niveau d'énergie $E' = -1,5 eV$ vers un niveau d'énergie $E = -3,4 eV$. Quelle est la longueur d'onde du photon émis ? À quelle gamme du spectre des ondes électromagnétiques appartient-il ?

Indication : on rappelle que $1 eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$ et que la constante de Planck a pour valeur $h \simeq 6,6 \cdot 10^{-34} J \cdot s$.

6) Que signifie l'affirmation "l'eau est un milieu *dispersif*" (sous entendu : pour les ondes lumineuses) ? Citez un phénomène naturel qui peut être expliqué par le caractère dispersif de l'eau.