Devoir surveillé de sciences physiques n°8

Les calculatrices sont autorisées.

Soignez la rédaction et la présentation.

Exercice 1 : "Peser la Terre" : l'expérience de Cavendish :

Le rayon de la Terre, ainsi que les distances entre la Terre et la Lune, ou la Terre et le Soleil, sont connues depuis l'antiquité, grâce à des arguments de géométrie (parallaxe...).

Pour connaître la masse de la Terre, par contre, il a fallu attendre 1798, année où l'anglais Henry Cavendish a réussi, grâce à un pendule de torsion, à mesurer la constante de gravitation universelle G.

Cet exercice traite de cette expérience. La première partie étudie le pendule de torsion en général, et comment on peut déterminer sa raideur (nécessaire à la mesure de G) tandis que la deuxième partie étudie plus spécifiquement l'expérience de Cavendish et comment on peut en déduire la masse de la Terre.

A - Détermination de la constante de raideur d'un fil de torsion

On réalise un pendule de torsion à l'aide de deux fils de torsion, chacun ayant une constante de raideur k. On rappelle que, lorsque le fil est tordu d'un angle θ_0 il exerce par rapport à son axe (ici l'axe vertical (Oz)) un couple de moment $M = -k\theta$.

Entre ces deux fils de torsion est fixée une tige de longueur $2l = 40cm$ parallèlement au sol du laboratoire (voir figure). Aux deux extrémités de cette tige son attachées deux masses. On note I le moment d'inertie de l'exnsemble $\{masses\ +\ tige\}$ par rapport à l'axe vertical (Oz).

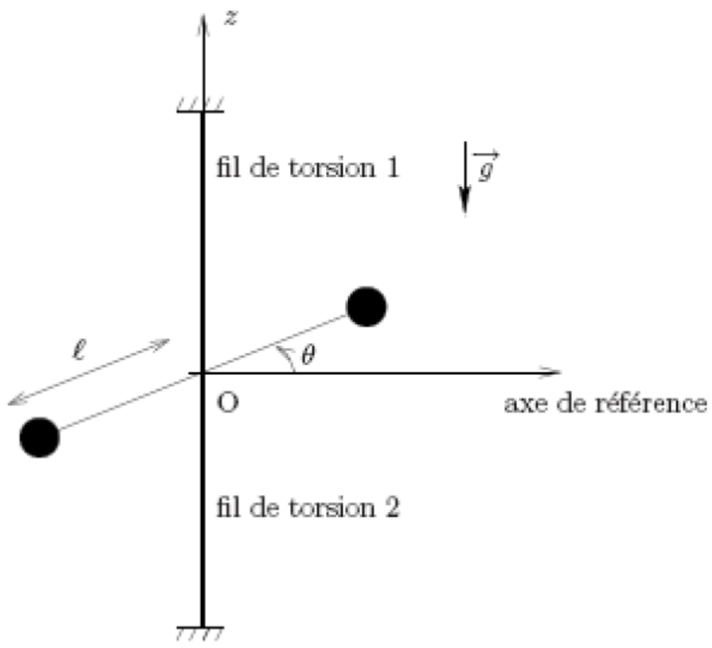


FIGURE 1 – Schéma du pendule de torsion étudié.

Le système évoluant dans l'air, on supposera que les masses sont chacune soumises à une force de frottements visqueux de la forme $\vec{F_f} = -h\vec{v}$ où h est une constante positive et $\vec{v}$ est la vitesse de la masse. On négligera les frottements s'exerçant sur la tige.

a) Equation du mouvement

1) Etablir l'équation différentielle satisfaite par l'angle $\theta(t)$ et la mettre sous la forme :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2}{\tau}\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = 0$$

en donnant les expressions de τ et de ω_0 en fonction de I, h, l et k.

À l'instant $t = 0$, le système est lâché de sa position de repos ($\theta = 0$) avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_0$. Les frottements sont suffisamment faibles pour que le régime d'oscillation du pendule de torsion soit pseudo-périodique.

2) Déduire de l'hypothèse précédente une condition sur h.

3) Déterminer alors, dans le cas des petites oscillations, la solution $\theta(t)$ de l'équation différentielle, puis tracer l'allure de sa représentation graphique.

4) Que devient l'expression de la pseudo-période ω lorsqu'on se trouve en régime de faible amortissement (c'est à dire lorsque $\tau << T$ où T est la période du mouvement).

5) En déduire une expression approchée de la vitesse angulaire $\Omega(t) = \dot{\theta}(t)$ sous la forme :

$$\Omega(t) = Ae^{-t/\tau}\cos(\omega t)$$

où l'on précisera les expressions de A et de ω.

b) Etude énergétique

6) Rappeler l'expression de l'énergie cinétique E_c du système en fonction de I et de Ω.

7) On définit l'énergie potentielle associée à un couple de forces conservatif par la relation :

$$M = -\frac{dE_p}{d\theta}$$

où M est le moment du couple par rapport à l'axe de rotation.
En déduire l'expression de l'énergie potentielle associée au couple de torsion.

8) En déduire l'expression de l'énergie mécanique $E_m(t)$ du système, dans le régime de faible amortissement, en fonction du temps t, du moment d'inertie I, de τ et de $\dot{\theta}_0$.

9) Sur un même graphique, tracer les allures de $E_p(t)$, $E_c(t)$ et $E_m(t)$. Interpréter physiquement.

c) Approche expérimentale

10) On appelle décrément logarithmique δ la quantité $\delta = ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)}\right)$, où T est la pseudo-période et t le temps. Exprimer δ en fonction de T et de τ dans cas du régime de faible amortissement.

Le pendule oscille de 2 pseudo-périodes pendant $32s$ et l'amplitude des oscillations est réduite d'un facteur 3 au bout de 10 oscillations. On donne par ailleurs le moment d'inertie $I = 2,6.10^{-5}kg.m^2$.

11) En déduire les valeurs numériques de :

— la pseudo-période T

— le décrément logartithmique δ
— la constante de temps τ
— la pseudo-pulsation et la pulsation propre
— la constante de raideur k des fils de torsion

12) Si on suppose que la constribution majeure au moment d'inertie est celle des deux masses, et que celles-ci peuvent être considérées comme quasi-ponctuelles, donner une valeur approchée de leur masse.

B - L'expérience de Cavendish

L'expérience menée par Henry Cavendish en 1798 est la suivante : deux petites sphères de platine de masse $m = 50g$ sont placées aux extrémités d'une tige horizontale de longueur $2l = 50cm$. Cette tige est suspendue à un fil de torsion de même nature que celui étudié précédemment, de constante de torsion $k = 2,0.10^{-6}N.m$.

Deux sphères de plomb identiques de masse $M = 30kg$, positionnées dans le plan horizontal de la tige, sont placées à une distance $d = 15cm$ du centre de chaque petite sphère de platine. Le pendule est alors dévié d'un angle α.

Lorsqu'on déplace les sphères de plomb dans une nouvelle position symétrique de la précédente et indiquée en pointillés sur la figure 2, le pendule tourne alors d'un angle 2α.

On négligera l'action de chaque grosse sphère sur la petite sphère la plus éloignée.

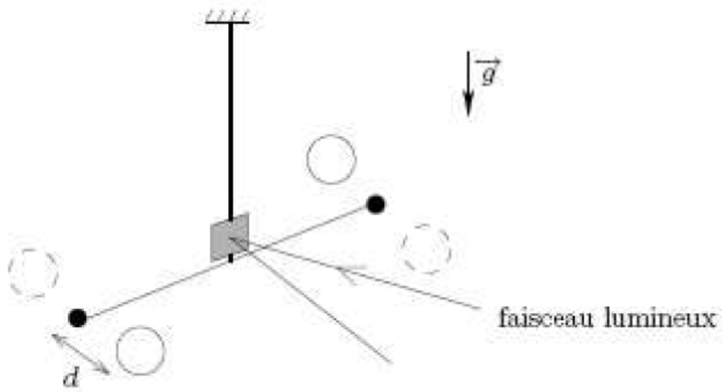


FIGURE 2 – Schéma de l'expérience de Cavendish.

13) Exprimer la force gravitationnelle qui s'exerce sur chaque petite sphère. En déduire la déviation θ du pendule en fonction de G, M, m, l, k et d.

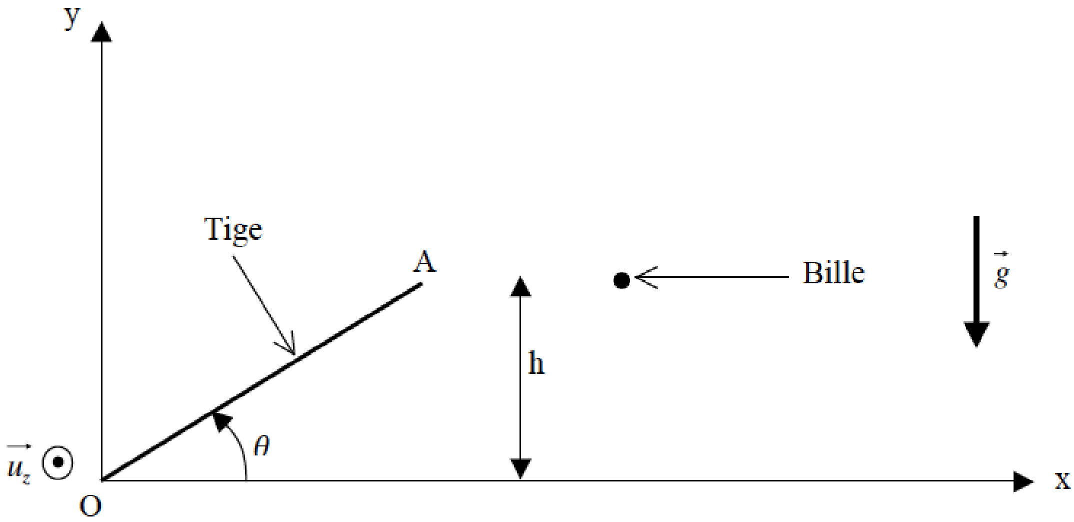
L'angle dont tourne le pendule lorsque l'on permute les positions des grosses sphères est mesuré à l'aide d'un miroir fixé sur la tige qui relie les sphères. La déviation du faisceau lumineux est mesurée sur une échelle placée à une distance $b = 4$ m du pendule.

14) On mesure une déviation sur l'échelle de $a = 9mm$. Déduire de cette mesure la valeur de G.

15) Expliquez comment, connaissant la valeur de G, on peut en déduire la masse de la Terre (plusieurs réponses sont possibles).

17) Déduire de la question précédente une estimation de la masse de la Terre (on pourra éventuellement utiliser le fait que son rayon mesure $6400km$, ou bien que la distance Terre-Lune mesure environ 380 000 km).

Exercice 2 : Qui tombe le plus vite ?



Une tige rigide de longueur l et de masse m peut tomber au sol en pivotant autour du point O. On la lâche, sans vitesse initiale, d'un angle initial $\theta_0 = 30°$.

Simultanément, on lâche une bille de masse m, d'une hauteur h égale à la hauteur initiale de l'extrémité A de la tige.

Tous les frottements sont négligés.

<u>Question :</u> Qui touche le sol en premier, l'extrémité de la tige ou la bille ?

On justifiera la réponse par des calculs précis et on pourra utiliser l'intégrale suivante :

$$\int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\sin(\theta_0) - \sin(\theta)}} \simeq 1,52 \ , \ pour \ \theta_0 = 30°$$

Exercice 3 : Un peu de chimie !

A - Autour du silicium

Le silicium, de numéro atomique $Z = 14$, est, en masse, le 8^{eme} élément le plus commun dans l'univers. C'est également un élément essentiel à nos modes de vie modernes et notre économie puisqu'il consitue la base des circuits intégrés qui équippent nos téléphones portables, ordinateurs...

1) Donner la configuration électronique du silicium dans son état fondamental. En déduire sa position dans le tableau périodique (ligne, colonne, bloc).

2) Donner la configuration électronique de l'élément situé au dessus du silicium dans la classification périodique. Comment s'appelle cet élément ?

3) Comparer les électronégativités du silicium et de l'élément situé au dessus de lui dans la classification.

4) Donner la formule de Lewis de la silice SiO_2.

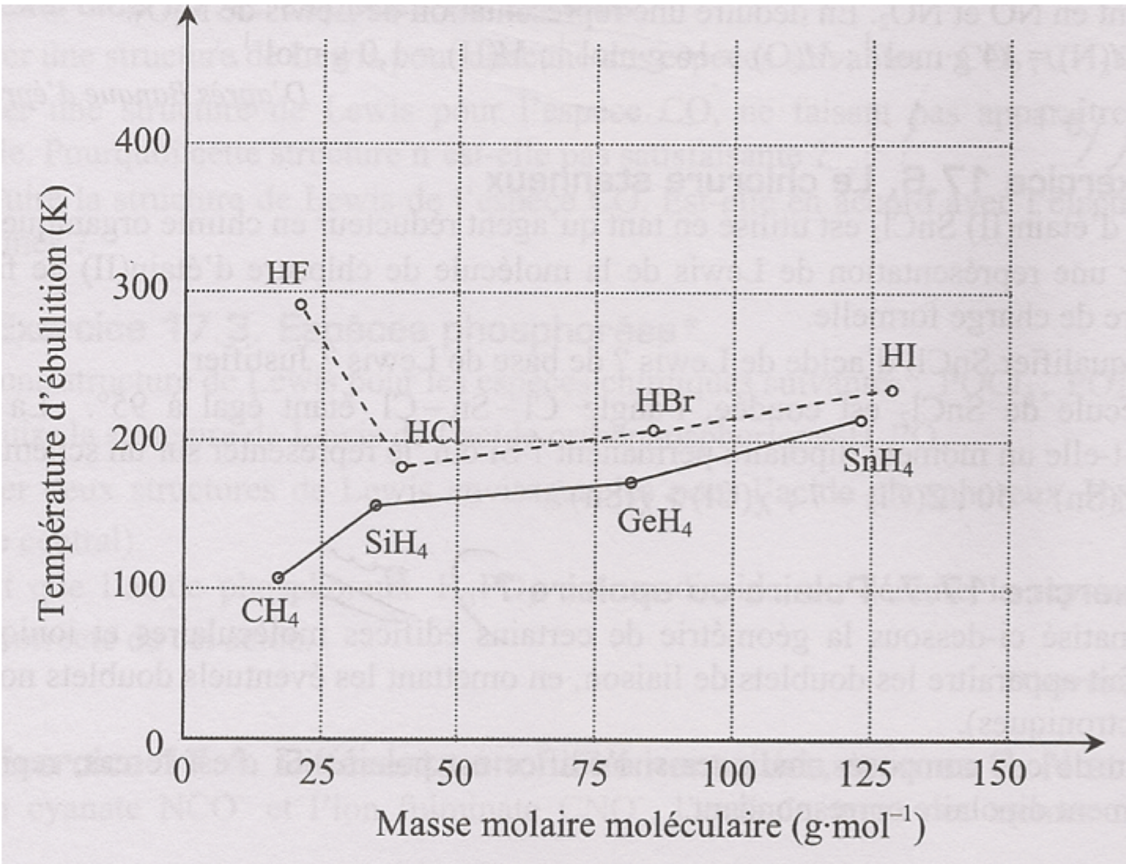
5) Dans l'eau, la silice se dissout pour donner, entre autres, l'anion SiO_3^{2-}. Donner la formule de Lewis de cet ion, en écrivant les différentes formes mésomères.

6) Les silicates se rencontrent dans un grand nombre de minéraux comme le basalte. Indiquer une formule de Lewis de l'anion SiO_4^{4-}. Dans chacun des deux ions, SiO_3^{2-} et SiO_4^{4-}, les liaisons $Si - O$ ont toutes la même longueur, mais elles sont de longueur différente d'un ion à l'autre. Pourquoi ? Indiquer, en le justifiant, quelle est la liaison la plus longue.

7) On rencontre fréquemment les silicates dans des structures de formules $Ca_xAl_y(SiO_4)_3$. Quels ions stables sont obtenus facilement à partir du calcium (Z=20) et de l'aluminium (Z = 13) ? (vous justifierez votre réponse). En déduire les valeurs des entiers x et y dans la formule précédente.

B - Températures d'ébullition

On a représenté ci-dessous l'évolution des températures d'ébullition sous une pression de 1 bar des composés hydrogénés des éléments des colonnes 14 et 17 de la classification périodique en fonction de la masse molaire moléculaire du composé :



On indique également que les molécules de CH_4, SiH_4, GeH_4 et SnH_4 sont de géométries tétraédriques.

8) Pourquoi les composés hydrogénés des éléments de la colonne 14 ont-ils des températures d'ébullition plus basses que celles des composés hydrogénés des éléments de la colonne 17 ?

9) Pourquoi la température d'ébullition augmente-t-elle de HCl à HI ?

10) Interpréter « l'anomalie apparente » observée pour HF.