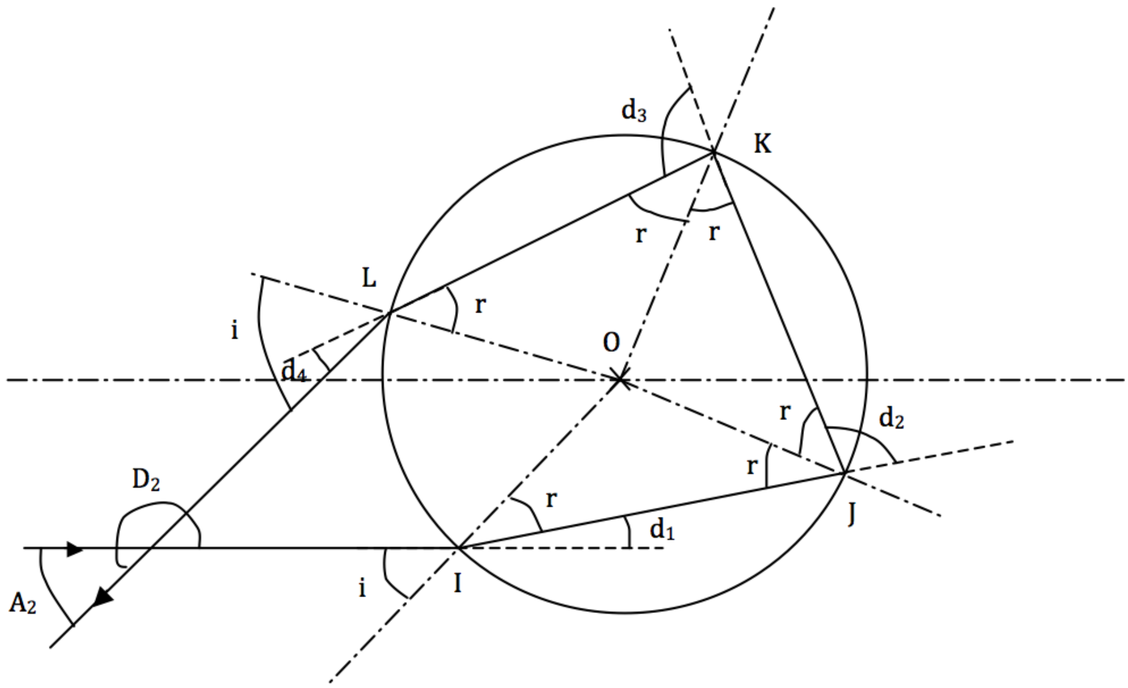
Correction du devoir surveillé de sciences physiques n°2

Exercice 1 : Arc-en-ciel secondaire :

1)



Remarquons tout d'abord que, les normales à la surface de la goutte passant par son centre O, les triangles OIJ, OJK et OKL sont isocèles. De plus, comme lors d'une réflexion, l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion (si on ne les oriente pas), tous les angles que font les rayons lumineux avec les normales à l'intérieur de la goutte sont égaux à r.

De plus, par application de la loi de Snell-Descartes relative à la réfraction en I et en L ($\sin i = n \sin r$), on voit que l'angle que fait le rayon émergent de la goutte avec la normale est égal à i, l'angle d'incidence initial (on aurait pu également invoquer le principe du retour inverse pour justifier cela).

Il suffit ensuite de dire que la déviation totale D_2 est la somme des quatre déviations que subit le rayon (en I, J, K et L). On a donc, d'après la figure :

$$\begin{aligned} D_2 &= d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \\ &= (i - r) + (\pi - 2r) + (\pi - 2r) + (i - r) \\ &= 2\pi + 2i - 6r \end{aligned}$$

Or, d'après la loi de Descartes en I : $\sin i = n \sin r$ donc $r = \arcsin(\frac{\sin i}{n})$.

D'où $\boxed{D_2 = 2\pi + 2i - 6\arcsin(\dfrac{\sin i}{n})}$.

2) Lorsque la déviation est extrémale sa courbe représentative présente une tangente horizontale donc $\frac{dD_2}{di} = 0$, ce qui donne :

$$
\begin{aligned}
&0+2-6\frac{\frac{\cos i}{n}}{\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{n^2}}}=0\\
&\Rightarrow 6\frac{\cos i}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}=2\\
&\Rightarrow 9\cos^2 i=n^2-\sin^2 i\\
&\Rightarrow 9(1-\sin^2 i)=n^2-\sin^2 i\\
&\Rightarrow 9-n^2=8\sin^2 i
\end{aligned}
$$

On trouve donc bien que la déviation est extrémale pour un angle d'incidence i_m tel que :

$$\boxed{\sin^2(i_m)=\frac{9-n^2}{8}}$$

3) L'application numérique avec $n \simeq 1,33$ donne $i_m \simeq 1,26\ rad \simeq 71,9°$. Ce qui donne un angle à l'intérieur de la goutte $r \simeq 45,6°$.

Or on sait que pour qu'il y air réflexion totale (en J ou K), il faut que : $n\sin(r) \geq \sin(\frac{\pi}{2})$. Or $1,33\sin(45,6)=0,95<1$. Ainsi, pour l'angle i_m, les réflexions qui ont lieu à l'intérieur de la goutte ne sont pas des réflexions totales (heureusement, car sinon le rayon réfracté en L à la sortie de la goutte n'existerait pas).

4) Au voisinage d'un extremum (maximum ou minimum), une fonction est toujours quasi-constante (ce qui se traduit graphiquement par le fait qu'elle présente une tangente horizontale), ainsi au voisinage du minimum de déviation, plusieurs rayons lumineux sortent de la goutte avec quasiment la même direction. Il y a donc une accumulation de lumière dans cette direction, ce qui permet de voir l'arc-en-ciel.

De plus, la valeur du minumum de D_2 (correspondant à l'angle d'incidence $i_m \simeq 71,9°$ est, d'après la formule de la question 1 :

$$D_{2,m}=230,1°$$

On voit ensuite sur le dessin que $A_2=D_2-\pi$, donc, pour voir l'arc-en-ciel secondaire, il faut que la direction de notre regard fasse un angle $\boxed{A_2=50,1°}$ avec la direction des rayons du soleil (soit environ 8° au dessus de l'arc primaire).

5) La bande sombre d'Alexandre correspond à la plage angulaire où la goutte ne renvoie pas de lumière, cette plage étant comprise entre l'arc primaire (minimum de déviation pour les rayons ayant été réfléchis une fois dans la goutte) et l'arc secondaire (minimum de déviation pour les rayons ayant été réfléchis deux fois dans la goutte). Les quatre figures suivantes permettent de mieux comprendre la situation :

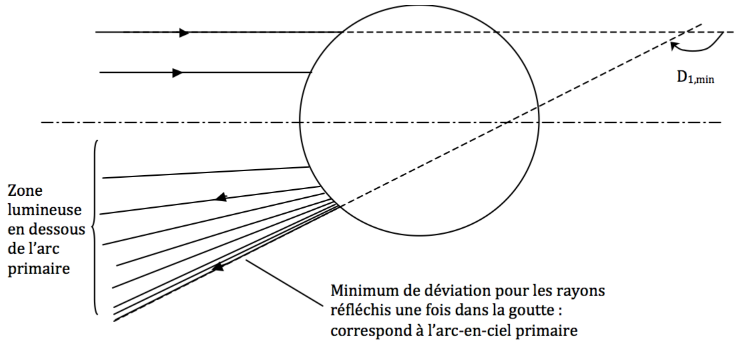


FIGURE 1 – Lumière émergent de la goutte, pour des rayons ayant été réfléchis une fois à l'intérieur

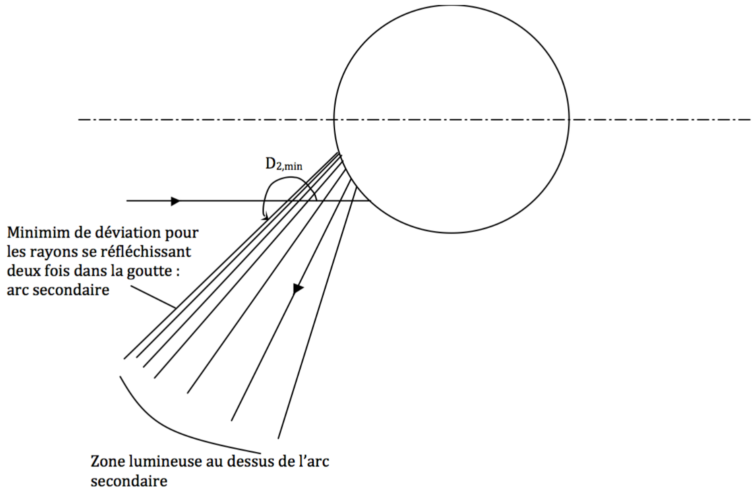


FIGURE 2 – Lumière émergent de la goutte, pour des rayons ayant été réfléchis deux fois à l'intérieur

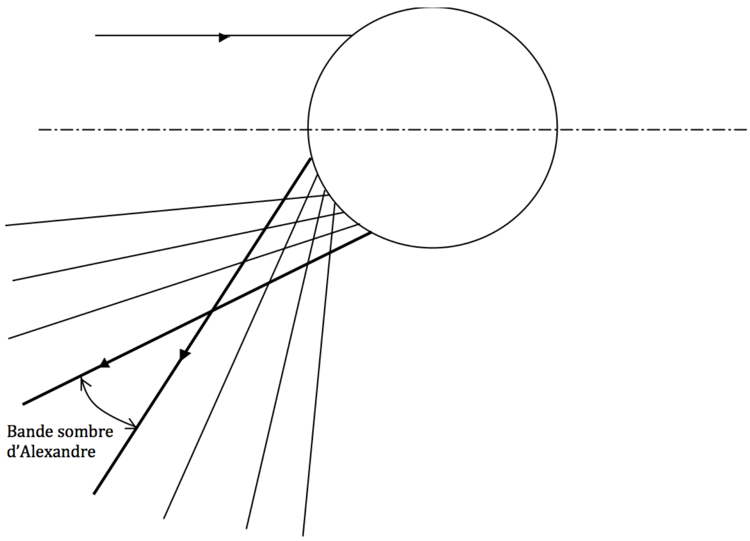


FIGURE 3 – Toute la lumière sortant de la goutte pour une et deux réflexions, mettant en évidence une zone où il n'y a pas de rayons émergents (cette figure est la superposition des deux précédentes).

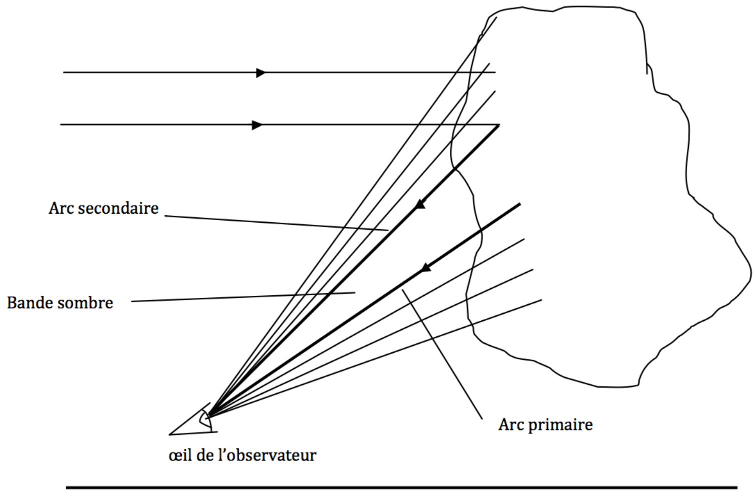
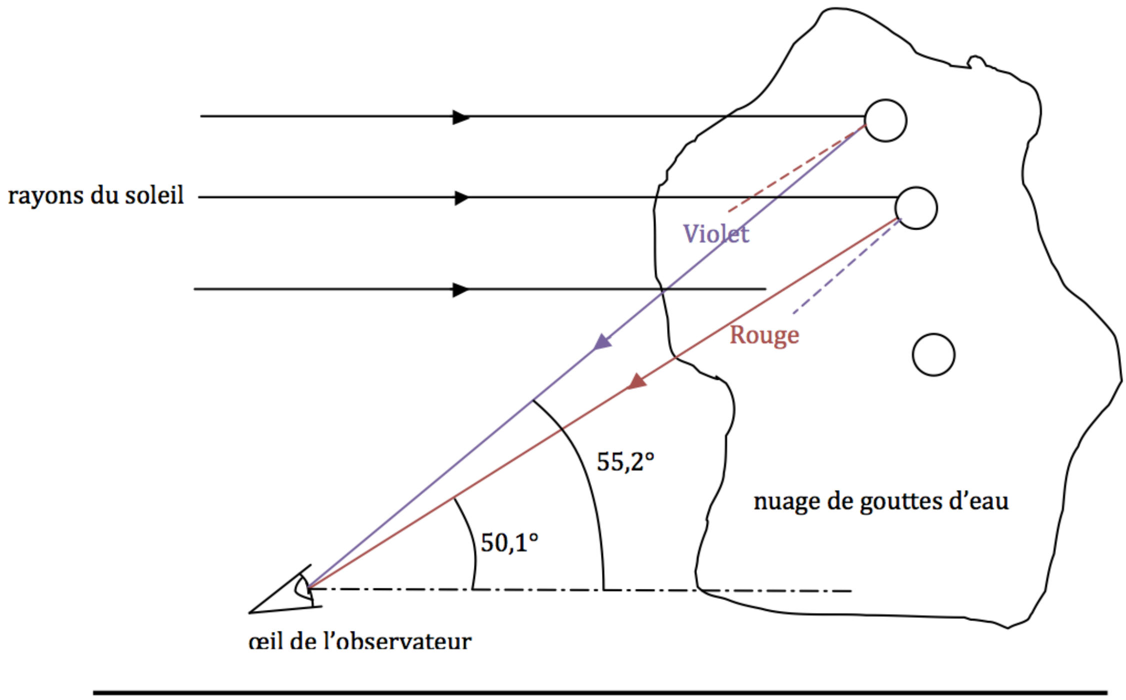


FIGURE 4 – Illustration, pour les rayons arrivant dans l'oeil de l'observateur (qui sont issus de différentes gouttes).

6) Si on prend $n_r \simeq 1,33$ l'angle de l'arc-en-ciel secondaire rouge est celui que l'on a déjà calculé, soit : $A_{2,r} \simeq 50,1°$.

Avec un indice dans le violet $n_v \simeq 1,35$, on trouve un angle pour le violet $A_{2,v} \simeq 55,2°$.

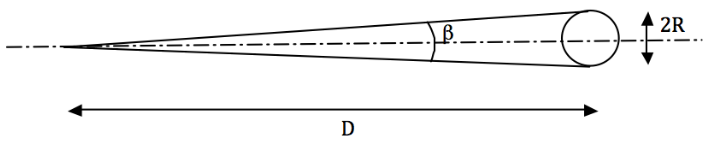
Ainsi, comme le montre le schéma, le violet sera vu "en haut" et le rouge "en bas", ce qui correspond à l'ordre inverse de celui des couleurs dans l'arc primaire.



Exercice 2 : Lunette astronomique et observation de Mars

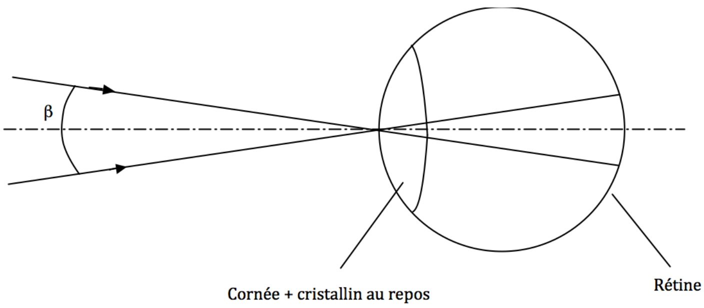
1) a) Le diamètre apparent de Mars, observé depuis la Terre, vaut :

$$\beta = \frac{2R}{D} \simeq 1,2.10^{-4} rad \simeq 0,42'$$



La résolution d'un oeil humain étant d'environ 1' d'arc, on ne verra qu'un point lumineux quand on regardera Mars dans le ciel (on ne pourra pas distinguer sa forme ou les détails de sa surface, comme on peut le faire pour la Lune, qui a un diamètre apparent de 31' d'arc).

b)



On voit sur la figure que (dans le cadre de l'approximation des petits angles puisque β est très petit), la taille δ de l'image de Mars qui se forme sur la rétine est donnée par :

$$\delta = \beta \times d$$

où d est la distance entre le cristallin et la rétine, soit environ : $d \simeq 2,5cm$.

On trouve donc que $\delta \simeq 3\mu m$, ce qui est de l'ordre de la taille des cellules photosensibles qui tapissent la rétine (cônes et batonnets). Ainsi, l'image risque de se former entièrement sur une seule cellule, ce qui correspond bien au fait que l'on ne verra qu'un point lumineux.

2) a) Un oeil emmétrope y voit les objets situés à l'infini sans avoir besoin d'accommoder. La lunette doit donc donner un image à l'infini d'un objet situé à l'infini (puisque les objets observés sont les étoiles et les planètes, situés à l'infini). Autrement dit, la lunette doit être un système afocal.

Or, les images d'objets à l'infini par la lentille L_1 se forment dans son plan focal image. Et les objets que la lentille L_2 renvoie à l'infini sont ceux situés dans son plan focal objet.

Il faut donc que la plan focal objet de L_2 soit confondu avec le plan focal image de L_1, ou, plus brièvement, que $F_1' = F_2$.

On obtient donc avec la relation de Chasles :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'F_2} + \overline{F_2O_2} = f_1' + f_2'$$

b)

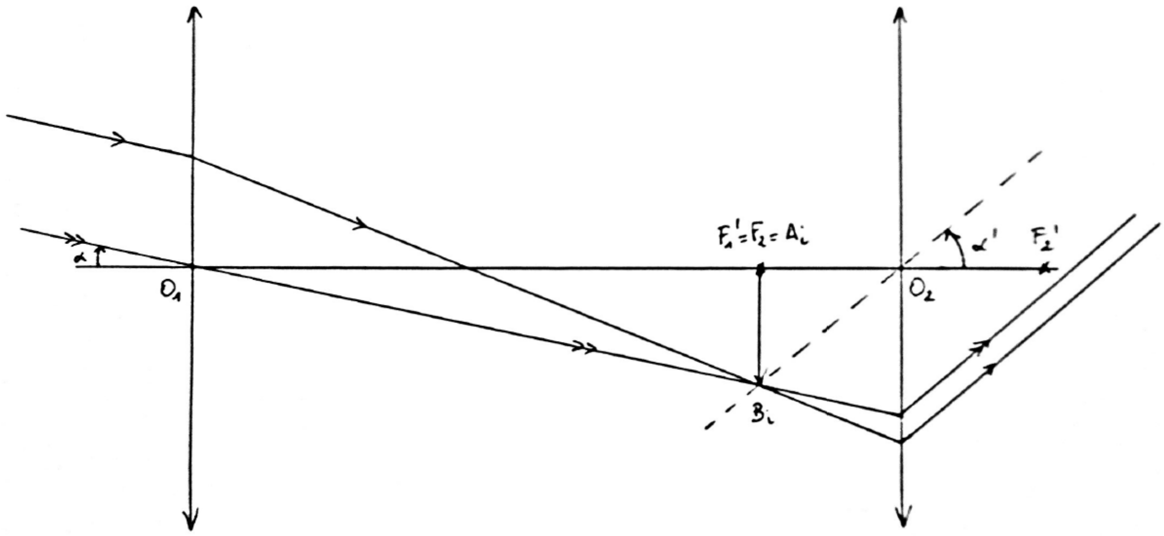


FIGURE 5 – Marche à travers la lunette de rayons faisant un angle α avec l'axe (désolé, j'ai pris par erreur $f_1' = 4f_2'$ au lieu de $f_1' = 5f_2'$, j'espère que vous saurez me pardonner).

c) On sait que $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Or on voit sur la figure que :

$$\alpha' = -\frac{\overline{A_iB_i}}{f_2'}$$

et

$$\alpha = \frac{\overline{A_iB_i}}{f_1'}$$

où A_iB_i est l'image intermédiaire.

On trouve donc que $\boxed{G = -\frac{f_1'}{f_2'}}$ (le signe moins traduit le fait que l'image est renversée, ce qui est apparent sur le schéma).

Pour la lunette de l'observatoire de Strasbourg, on trouve $G = -87,5$.

d) L'angle sous lequel on voit Mars à travers la lunette est dont 87,5 fois plus grand que celui sous lequel on verrait Mars à l'oeil nu, et donc l'image qui se forme sur la rétine est également 87,5 fois plus grande, ce qui donne une taille :

$$\delta' \simeq 262\mu m$$

ce qui est largement supérieur à la taille des cônes et des batonnnets. Ainsi, en regardant Mars à travers la lunette, on pourra voir des détails de son apparence : sa forme et des structures de très grande taille à sa surface.

3) La construction est la suivante (où AB est la mouche, A_iB_i l'image intermédiaire et $A'B'$ l'image finale).

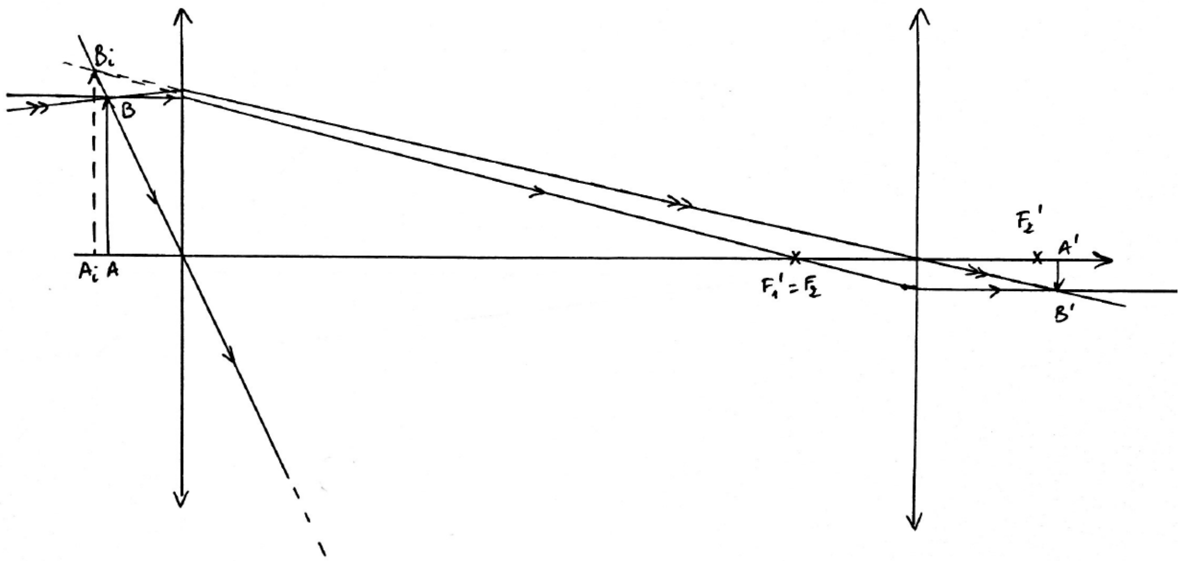


FIGURE 6 – Image de la mouche à travers la lunette astronomique.

On voit que, si la personne qui observe met son oeil proche de l'oculaire (ce qui est toujours le cas), elle ne pourra pas voir la mouche, car son image se formera trop près de son oeil (plus près que le *ponctum proximum*, voire même en arrière de l'oeil).

Ainsi, la personne qui observe ne se rendra même pas compte qu'une mouche est entrain de passer devant l'objectif (de même si la mouche s'est posée sur l'objectif). Au pire, la personne remarquera que l'image est légèrement moins lumineuse, du fait que la mouche bloque certains rayons lumineux incidents.

4) a) Pour que la personne myope puisse voir l'image sans porter de lunettes (et sans devoir accommoder), il faut que l'image finale se forme au niveau du *ponctum remotum* de son oeil. En supposant que la personne accole son oeil à l'oculaire (ce que l'on fait, en général, quand on regarde dans une lunette), il faut donc que : $\overline{O_2A'} = -d_{PR}$ (le signe moins est lié au fait que l'image doit se former avant l'oeil le long de l'axe optique).

Or, comme l'objet observé (étoile ou planète) est situé à l'infini, son image (c'est à dire l'image intermédiaire) se forme dans le plan focal image de L_1.

Il suffit donc de traduire par une relation de conjugaison que la lentille L_2 conjugue F'_1 et A'. On va utiliser la relation de Newton :

$$\overline{F'_2A'} \times \overline{F_2F'_1} = -f_2'^2$$

avec $\overline{F'_2A'} = \overline{F'_2O_2} + \overline{O_2A'} = -(f'_2 + d_{PR})$.

Donc :

$$\overline{F_2F'_1} = \frac{f_2'^2}{f'_2 + d_{PR}}$$

D'où ensuite :

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2O_2} = f'_1 - \frac{f_2'^2}{f'_2 + d_{PR}} + f'_2$$

b) Pour la lunette de l'observatoire de Strasbourg, on trouve :

$$\overline{O_1O_2} = 7,06m$$

Sachant que pour une observation par un oeil normal, on doit avoir : $\overline{O_1O_2} = f_1' + f_2' = 7,08m$.

Il faut donc faire varier la distance objectif/oculaire d'environ $2cm$ entre l'observation par un oeil emmétrope et l'observation par l'oeil myope.

5) Les aberrations chromatiques conduisent à des tâches colorées (irisations) quand on devrait observer du blanc. Elles sont liées au fait que le verre qui constitue les lentilles est un milieu dispersif : son indice de réfraction dépend de la longueur d'onde et donc les différentes couleurs qui composent la lumière blanche ne sont pas déviées exactement dans la même direction.

Puisque les lois de la réflexion ne font pas intervenir l'indice du milieu, les miroirs (qui fonctionnent uniquement par réflexion) ne présentent pas d'aberrations chromatiques, et donc les télescopes, qui utilisent un grand miroir convergent et un plus petit miroir divergent, n'ont pas ce défaut. Il y aura cependant des aberrations géométriques, car, comme les lentilles, les miroirs ne sont stigmatiques et aplanétiques que dans les conditions de Gauss (à part le miroir plan, qui est stigmatique et aplanétique tout le temps).

6) a) Le système global $L_1 + L_2 + L_3$ doit toujours être afocal. Or $\infty \xrightarrow{L_1} F_1'$ et $F_2 \xrightarrow{L_2} \infty$.

Il faut donc, pour que le système soit afocal, que :

$$F_1' \xrightarrow{L_3} F_2$$

Autrement dit : L_3 doit conjuguer F_1' et F_2.

b) La relation de conjugaison de Descartes donne donc que :

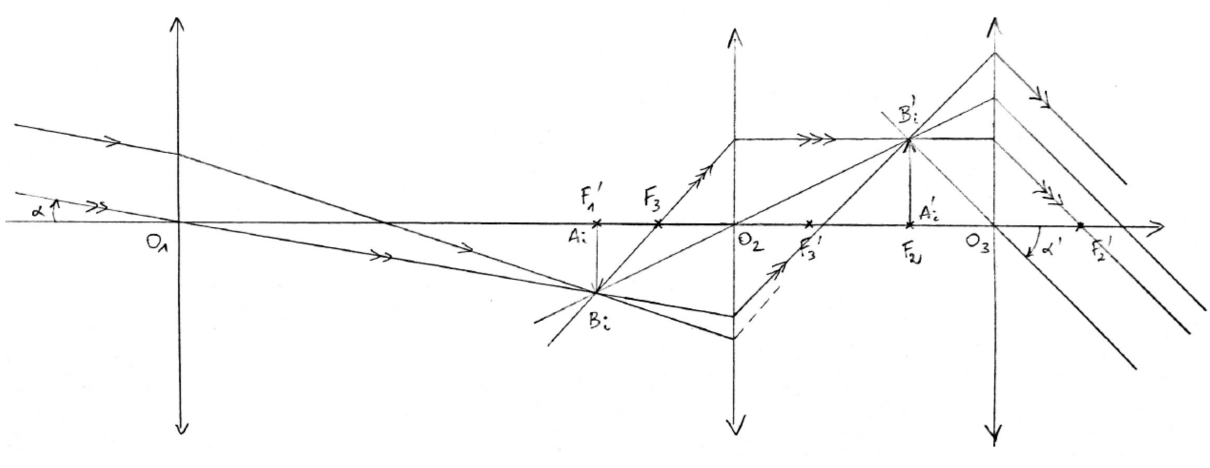
$$\frac{1}{\overline{O_3F_2}} - \frac{1}{\overline{O_3F_1'}} = \frac{1}{f_3'}$$

Or $\gamma_3 = \frac{\overline{O_3F_2}}{\overline{O_3F_1'}}$ donc $\overline{O_3F_2} = \gamma_3\overline{O_3F_1'}$.

En remplaçant dans la relation de Descartes, on obtient :

$$\overline{O_3F_1'} = \frac{f_3'(1-\gamma_3)}{\gamma_3}$$

c)



d) On voir sur le schéma de la question précédente que :

$$\alpha' = -\frac{\overline{A'_i B'_i}}{f'_2}$$

et

$$\alpha = \frac{\overline{A_i B_i}}{f'_1}$$

Donc :

$$G' = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{A'_i B'_i}}{\overline{A_i B_i}} \times \frac{f'_1}{f'_2} = \gamma_3 G$$

Ainsi, si on s'arrange pour que γ_3 soit négatif et supérieur à un en valeur absolue (ce qui est tout à fait possible avec une lentille convergente, comme le montre d'ailleurs la figure à la question précédente), G' sera positif (donc l'image finale à l'endroit) et plus grand que G : on aura donc remis l'image à l'endroit et augmenté le grossissement.

Exercice 3 : Défauts d'accomodation de l'oeil

Un oeil myope est "trop long" et l'image d'un objet à l'infini se forme avant la rétine. Pour que l'image se forme sur la rétine, il faut donc placer avant l'oeil une lentille divergente.

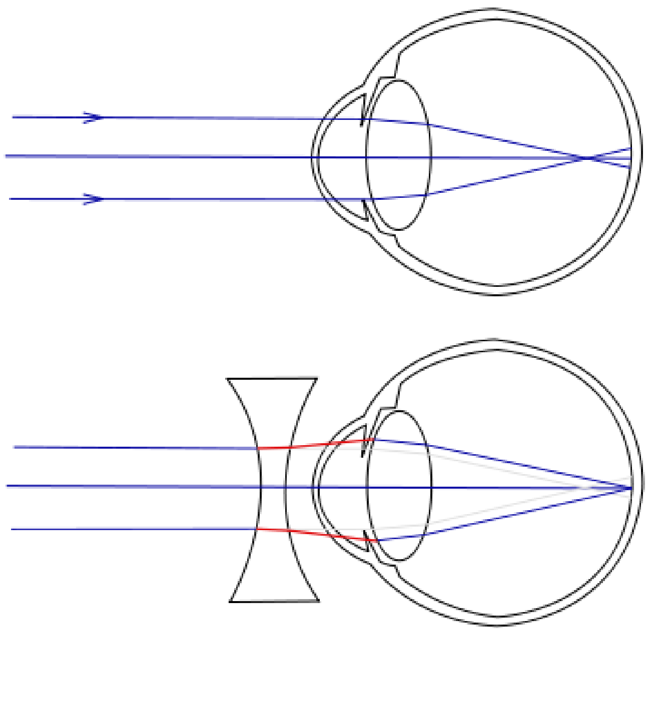


FIGURE 7 – Oeil myope non corrigé et corrigé.

Pour l'hypermétropie, c'est l'inverse : l'oeil est trop court, et il faut donc rajouter avant l'oeil une lentille convergente.

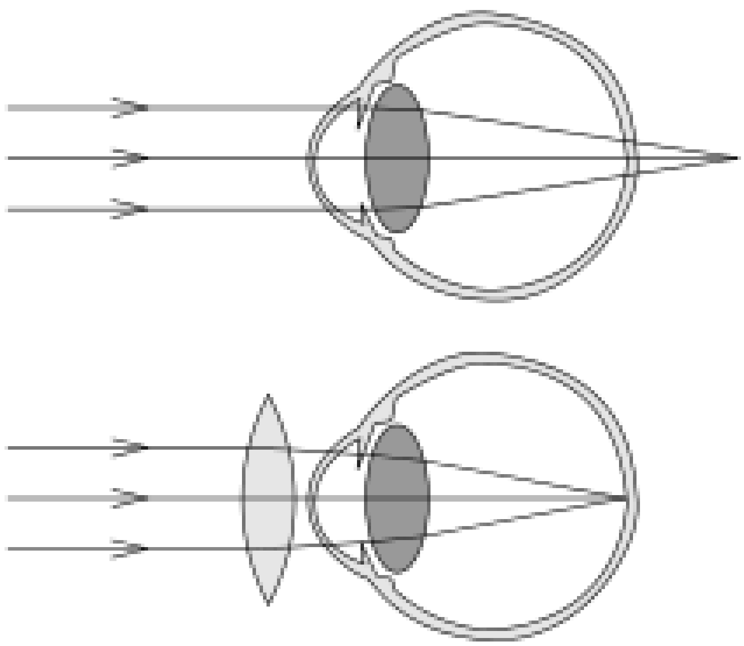


Figure 8 – Oeil hypermétrope non corrigé et corrigé.

Le verre de lunette de la photographie de gauche donne d'un objet lointain une image droite et rétrécie : il s'agit d'une lentille divergente (donc d'un verre de myope) comme le montre la figure 9.

Sur la photographie de droite, on observe que l'ime d'un objet proche du verre est droite et agrandie : il s'agit donc d'une lentille convergente (verre d'hypermétrope) comme le montre la figure 10.

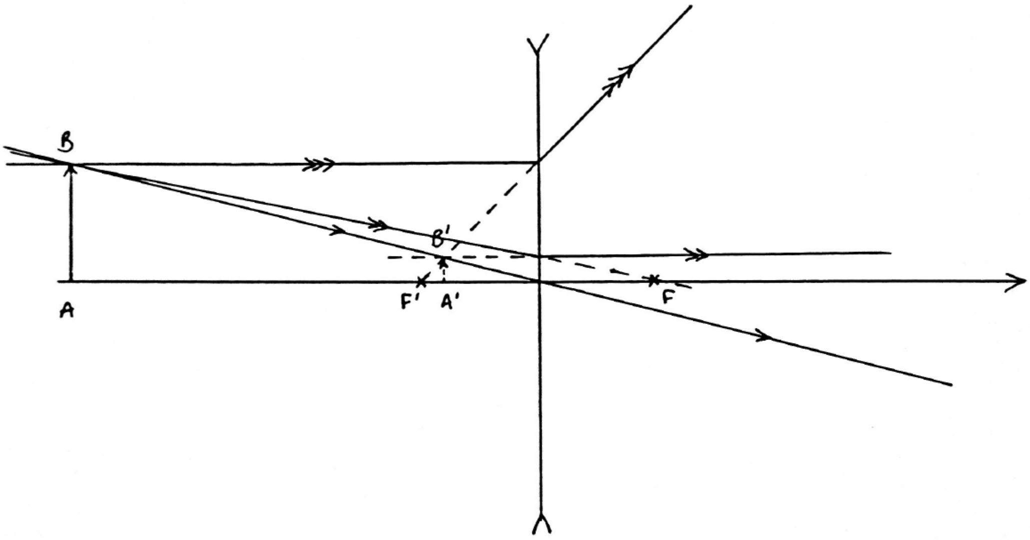


FIGURE 9 – Explication de la photographie de gauche : à travers une lentille divergente, des objets lointains paraissent rétrécis et à l'endroit (si la lentille était convergente, ils seraient rétrécis et à l'envers).

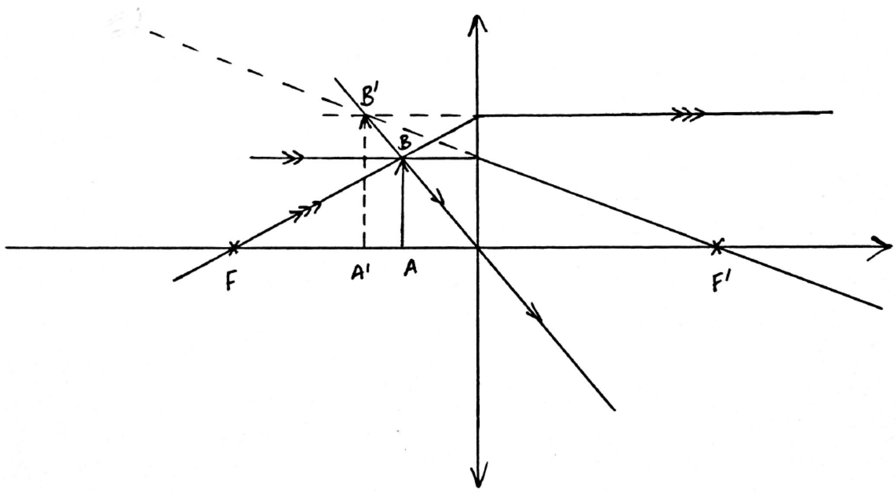


FIGURE 10 – Explication de la photographie de droite : à travers une lentille convergente, le texte apparaît agrandi et à l'endroit (si la lentille était divergente, il serait rétréci et à l'endroit).