

Feuille d'exercices n° 13 : Cinématique

Exercice 1 : Relativité du mouvement :

Bob est assis tranquillement dans sa salle de classe au lycée Thiers à Marseille. Décrivez sa trajectoire et calculez sa vitesse (en km/h) ainsi que son accélération (en $m.s^{-2}$) dans :

- a) le référentiel terrestre R_T
- b) le référentiel géocentrique R_G
- c) le référentiel héliocentrique R_H

Données : rayon terrestre : $R_T \approx 6400 \text{ km}$, latitude de Marseille : $\lambda = 43^\circ$, distance Terre – Soleil : $D_{TS} \approx 1,50.10^8 \text{ km}$

Exercice 2 : Eléments cinématiques en coordonnées cartésiennes :

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes sont, à chaque instant :

$$x(t) = a_0 t^2 + x_0, \quad y(t) = -vt \quad \text{et} \quad z(t) = z_0, \quad \text{avec} \quad x_0 = 1 \text{ m}, \quad z_0 = -1 \text{ m}, \quad a_0 = 2 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{et} \quad v = 3 \text{ m.s}^{-1}.$$

- 1) Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cartésienne.
- 2) Calculez la norme de la vitesse de M à la date $t = 2 \text{ s}$.
- 3) Calculez la norme de l'accélération de M à la date $t = 1 \text{ s}$.

Exercice 3 : Eléments cinématiques en coordonnées cylindriques :

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cylindriques sont, à chaque instant :

$$r(t) = a_0 t^2 + r_0, \quad \theta(t) = \omega t - \theta_0 \quad \text{et} \quad z(t) = -vt, \\ \text{avec} \quad r_0 = 1 \text{ m}, \quad \theta_0 = 2 \text{ rad}, \quad a_0 = 1 \text{ m.s}^{-2}, \quad \omega = 3 \text{ rad.s}^{-1} \quad \text{et} \quad v = 3 \text{ m.s}^{-1}.$$

- 1) Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cylindrique.
- 2) Calculez la norme de la vitesse de M à la date $t = 1 \text{ s}$.
- 3) Calculez la norme de l'accélération de M à l'instant initial ($t = 0$).

Exercice 4 : Analyse d'équations horaires :

Voici différents mouvements dans le plan (Oxy) dont on donne les équations horaires, en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées polaires (a, b, c, d et e sont des constantes).

Dans chaque cas, décrivez la trajectoire du point M étudié et indiquez les caractéristiques de son mouvement.

- 1) $x(t) = at^2 - bt + c$ et $y(t) = 2c$
- 2) $r(t) = 2c$ et $\theta(t) = dt + e$
- 3) $r(t) = bt + c$ et $\theta(t) = 2e$

Exercice 5 : Mouvement rectiligne décéléré :

Bob roule en ligne droite, initialement à la vitesse constante $v_0 = 50 \text{ km/h}$.

Il y a un obstacle sur la route à 150 m, mais Bob (qui est entrain de lire un SMS en conduisant) ne l'aperçoit qu'après avoir roulé pendant 10 secondes.

Il freine à fond dès qu'il voit l'obstacle, ce qui impose à la voiture une décélération constante $a = -7 \text{ m.s}^{-2}$.

Va-t-il s'arrêter avant l'obstacle ? Sinon, quelle est sa vitesse au moment du choc ?

Exercice 6 : Attention au choc !

Deux voitures (A et B) se suivent sur une ligne droite à la vitesse $v_0 = 30 \text{ m.s}^{-1}$ à une distance $d = 80 \text{ m}$ l'une de l'autre. A la date $t = 0$, la première voiture freine avec une décélération constante de $\ddot{x}_A = -2,0 \text{ m.s}^{-2}$. Celle qui la suit commence à freiner seulement 2,0 secondes plus tard, avec une décélération constante de $\ddot{x}_B = -1,0 \text{ m.s}^{-2}$.

Déterminez la position et la date du contact.

Exercice 7 : Sortie d'autoroute :

Bob, au volant de sa voiture (que l'on assimilera à un point matériel) se déplace sur l'autoroute à la vitesse $V_0 = 130 \text{ km.h}^{-1}$. Il souhaite sortir de l'autoroute en utilisant une bretelle de sortie assimilable à un arc de cercle plan horizontal de rayon $R = 50 \text{ m}$. Pour éviter de déraper dans la bretelle, la norme de l'accélération du véhicule ne peut excéder 10 m.s^{-2} .

- 1) Montrer que la voiture ne peut pas prendre la bretelle à la vitesse V_0 au risque de quitter la route.
- 2) Expliquer pourquoi il ne faut pas freiner dans le virage au risque, encore, de quitter la route.
- 3) Quelle est la vitesse $V_{\max}$ à laquelle la voiture peut décrire le virage ?

Exercice 8 :

On considère un point M dont les équations horaires sont, en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t) \\ y(t) = R \sin(\omega t) \\ z(t) = v_0 t \end{cases}$$

où R , v_0 et ω sont des constantes positives.

- 1) Déterminez les coordonnées cylindriques de M.
- 2) En déduire la nature et les caractéristiques de la trajectoire de M.
- 3) Déterminer la norme de la vitesse de M à un instant t .

Exercice 9 : Centrifugeuse humaine :



Centrifugeuse humaine 20 g au centre de recherche « Ames » de la NASA en Californie

Pour l'entraînement des cosmonautes, on utilise une « centrifugeuse humaine ».

Le cosmonaute est placé dans une capsule qui décrit un cercle autour d'un axe de rotation à la vitesse angulaire constante $\omega = 50 \text{ tours/min}$.

La distance entre l'axe de rotation et la capsule (c'est à dire la taille du « bras » de la centrifugeuse) est $R = 6 \text{ m}$. La capsule sera assimilée à un point matériel.

- 1) Calculez la vitesse de la capsule en m.s^{-1} et en km/h .
- 2) Calculez l'accélération de la capsule en m.s^{-2} et comparez-la à l'accélération de la pesanteur.
- 3) Quel est l'intérêt de cet entraînement pour le cosmonaute ?

Exercice 10 : Grande roue :

On considère une « grande roue » comme celle qui se trouve à Paris l'hiver place de la Concorde (voir photo) :



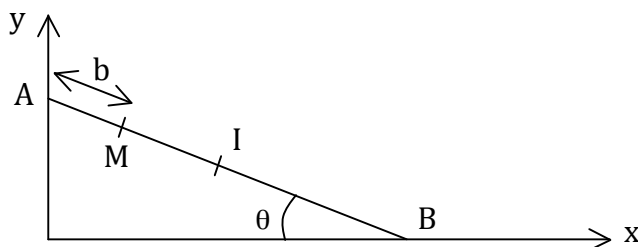
- 1) Quel est le mouvement de chaque rayon de la roue ?
- 2) Quelle est le mouvement d'une nacelle (les nacelles sont les cabines contenant les gens) ?
- 3) Ces résultats resteraient-ils vrais si soudain le moteur s'emballait et faisait tourner la roue dix ou vingt fois plus vite ?

Exercice 11 : Mouvement d'une scie circulaire :

Une scie circulaire de diamètre $d = 60$ cm tourne à la vitesse angulaire $\omega = 640$ tours par minute.

- 1) Calculez la vitesse d'une de ses dents, appelée « vitesse de coupe ».
- 2) Lorsqu'on coupe le moteur, la scie ralentit uniformément et s'arrête en 6s. Calculez la valeur absolue de l'accélération angulaire de la scie. On note $t = 0$ le moment où on coupe le moteur. Donner l'expression numérique de la vitesse angulaire de la scie entre $t = 0$ et $t = 6$ s.
- 3) Combien de tours aura effectué la scie durant cette phase d'arrêt ?

Exercice 12 : Le barreau qui tombe :

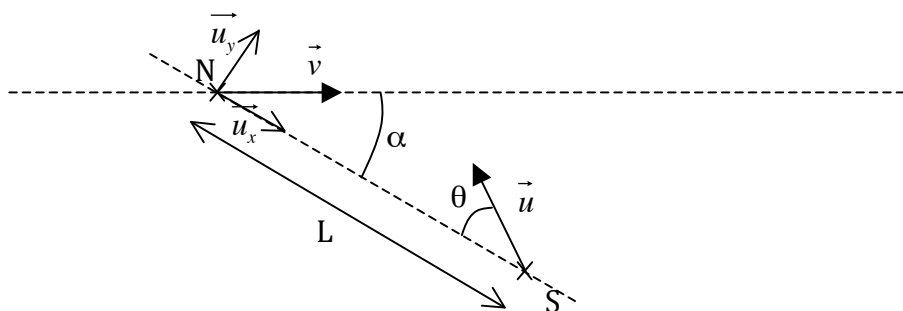


Un barreau AB de longueur L glisse ; l'extrémité A (resp. B) restant toujours en contact avec Oy (resp. Ox).

- 1) Quelle est la trajectoire de I, le milieu du barreau ?
- 2) De manière plus générale, donner la trajectoire d'un point M quelconque du barreau, situé à une distance $b < L$ de A.

Indication : On pourra faire intervenir l'angle θ indiqué sur le dessin (angle que fait le barreau avec l'horizontale, à un instant donné).

Exercice 13 : Comment torpiller un navire en mouvement ?



Le navire N se déplace à la vitesse $\vec{v}$ constante.

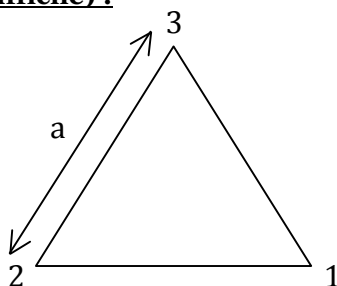
À $t = 0$, le sous-marin S (immobile) envoie une torpille qui se déplace à la vitesse $\vec{u}$ constante.
L'angle α est supposé connu.

1) Calculer l'angle θ pour que la torpille atteigne le navire (on exprimera θ en fonction des normes des vitesses $v = \|\vec{v}\|$ et $u = \|\vec{u}\|$ et de l'angle α). Application numérique pour $v = 60$ km/h, $u = 150$ km/h et $\alpha = 45^\circ$ (vous exprimerez θ en degrés).

2) Au bout de combien de temps le choc a-t-il lieu ? Application numérique pour $L = 1$ km.

Indication : On pourra éventuellement utiliser le repère $(0, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ indiqué sur le dessin.

Exercice 14 : Les trois torpilles (difficile) :



Trois torpilles à têtes chercheuses, qui se trouvent initialement aux sommets d'un triangle équilatéral de côté a , se poursuivent : la torpille 1 poursuit la torpille 2 qui poursuit 3 qui poursuit 1. En pratique, « la torpille 1 poursuit la torpille 2 » signifie que le vecteur vitesse de la torpille 1 est toujours dirigé vers l'endroit où se trouve la torpille 2.

Leurs vitesses ont la même norme v , qui de plus reste constante au cours du temps.

- 1) Dessiner l'allure des trajectoires (« intuitivement »). En quel point les torpilles vont-elles se rencontrer ?
- 2) Calculez le temps T que mettent les torpilles avant de se rencontrer (vous l'exprimerez en fonction de a et de v).
- 3) Quelle est la distance parcourue par une torpille jusqu'au contact ?
- 4) Donner l'équation de la trajectoire d'une des torpilles, en coordonnées polaires.