# Correction d'exercices de la feuille 16 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique

## Exercice 5 :

1)a) Pour que les électrons soient accélérés, il faut que la plaque en E soit chargée positivement et celle en C négativement, d'où $V_E - V_C > 0$.

On peut aussi raisonner en disant : la force $\vec{F} = q\vec{E}$ subie par les électrons doit être dirigée vers E, mais $q < 0$, donc le champ électrique doit pointer vers C, or le champ électrique pointe vers les potentiels décroissants, donc $V_C < V_E$.

b) L'énergie mécanique de l'électron se conserve entre E et C puisque la force électrique est conservative. On a donc $E_m(C) = E_m(E)$, soit, puisque l'électron a une vitesse nulle en C :

$$0 - eV_C = \frac{1}{2}mv_E^2 - eV_E$$

d'où $v_E = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$. De plus, comme l'électron n'est soumis à aucune force entre E et O, son mouvement est rectiligne et uniforme entre ces deux points (principe d'inertie), donc :

$$v_O = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \simeq 1,9.10^7 m/s$$

Remarque : cette vitesse est quasi-relativiste. L'utilisation de la mécanique classique pour cet exercice est un peu "limite".

2) D'après le principe fondamental de la dynamique, appliqué à l'électron (dans le référentiel terrestre) entre les deux plaques horizontales, on a :

$$m\vec{a} = -e\vec{E}$$

où $\vec{E}$ est dirigé selon $-\vec{u}_y$ (sens opposé à U).

En projection sur les axes (Ox) et (Oy), on obtient :

$$\ddot{x} = 0$$
$$\ddot{y} = \frac{eE}{m}$$

Soit, en intégrant deux fois par rapport au temps et en tenant compte des conditions initiales :

$$x(t) = v_0 t$$
$$y(t) = \frac{eE}{2m}t^2$$

D'où, si on élimine le temps :

$$y(x) = \frac{eE}{2mv_0^2}x^2$$

Ainsi la trajectoire de l'électron dans le champ électrique est une parabole et on a :

$$y_A = \frac{eEL^2}{2mv_0^2} = \frac{eUL^2}{2mdv_0^2}$$

sachant que $E = \frac{U}{d}$.

3)a) Dans la zone entre A et B où ne règne aucun champ électromagnétique, l'électron n'est soumis à aucune force (puisque son poids est négligeable). Ainsi, d'après le principe d'inertie, son mouvement est rectiligne et uniforme (et sa trajectoire est donc une droite).

b) La pente de la droite (AB) est $y'(L)$ (puisque la droite (AB) est tangente à la parabole au niveau du point A). Or d'après le résultat de la question 2), $y'(x) = \frac{eE}{mv_0^2}x$, d'où, $y'(L) = \frac{eEL}{mv_O^2} = \frac{eUL}{mdv_0^2}$.

On a donc, d'après le schéma : $y'(L) = \frac{y_B - y_A}{D - L/2}$, d'où :

$$y_B = y_A + y'(L) \times (D - L/2) = \frac{eUL^2}{2mdv_0^2} + \frac{eUL}{mdv_0^2} \times (D - L/2) = \frac{eLD}{mdv_0^2}U$$

Ainsi, la déviation du spot est proportionnelle à la tension appliquée entre les plaques, ce qui permet de mesurer cette tension (c'est comme ça que fonctionnent les oscilloscopes analogiques).

## Exercice 6 : Cyclotron :

a) L'énergie cinétique maximale atteinte par les protons est de 1,2 MeV. En supposant qu'ils sont non relativistes, on aura donc :

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = 1,2.10^6 \times 1,6.10^{-19}\ J$$

D'où $v_{max} = \sqrt{\frac{2\times 1,2.10^6 \times 1,6.10^{-19}}{1,67.10^{-27}}} = 1,5.10^7\ m/s$.
Remarque : comme souvent dans ce chapitre, on est vraiment à la limite de la validité de la mécanique classique.

b) On sait que quand on accélère les protons par une tension U, ils acquièrent une énergie cinétique :

$$E_c = eU$$

(c'est une conséquence du théorème de l'énergie mécanique).
La tension U qui serait nécessaire serait donc $U = \frac{E_c}{e} = 1,2MV$.
Remarque : à titre de comparaison, c'est la tension que l'on trouve aujourd'hui dans quelques très rares lignes Ultra Haute Tension en Chine ou en Russie. Il est certainement inconcevable d'avoir une telle tension dans un appareil ayant des dimensions de quelques décimètres et manipulé par des êtres humains !

c) Lors de son dernier demi-tour, le proton parcours une distance $\pi R$ (périmètre d'un demi-cercle de rayon R, où $R = 14cm$ est le rayon du cyclotron) à la vitesse $v_{max}$. Ce demi tour lui prend donc un temps $\Delta t = \frac{\pi R}{v_{max}} = 2,9.10^{-8}s$. Or pendant ce temps-là, la tension accélératrice soit s'être inversée (pour que le proton soit accéléré à chaque passage). La période de la tension accélératrice doit donc être $T = 2 \times 2,9.10^{-8} = 5,8.10^{-8}s$. D'où sa fréquence : $f = \frac{1}{T} = 17MHz$.

Remarque 1 : cette fréquence est atteignable par des appareils électroniques (pensez aux appareils qui génèrent des ondes radio, dont les fréquences sont de cet ordre là, voire plus élevées : centaines de MHz).

Remarque 2 : on a implicitement utilisé le fait que le temps mis par un proton pour faire un demi-tour est constant tout le long de sa trajectoire dans le cyclotron.

d) À chaque passage entre les dees, le proton augmente son énergie cinétique d'une valeur $eU = 4keV$ (puisque la tension entre les dees est de 4000 V. Donc à chaque tour (2 passages), il gagne 8 keV. Le nombre de passages est alors donné par :

$$N = \frac{1,2MeV}{8keV} = 150$$

Le proton doit donc faire 150 tours dans le cyclotron pour atteindre sa vitesse finale.

e) On peut utiliser par exemple la formule du rayon de Larmor : $R = \frac{mv}{eB}$ en prenant le rayon final (14 cm) et ma vitesse finale ($v_{max}$). On trouve alors que :

$$B = \frac{mv}{eR} = \frac{1,67.10^{-27} \times 1,5.10^{7}}{1,6.10^{-19} \times 14.10^{-2}} \simeq 1,12\ T$$

Ce champ est assez élevé mais atteignable tout de même avec des bobines suffisamment "grosses".