

Feuille d'exercices n°16 :
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électromagnétique

Exercice 1 : Mouvement d'un proton dans un cyclotron :

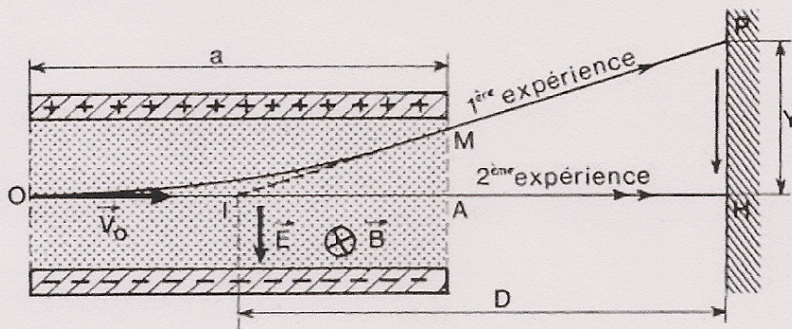
Exercice 2 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme :

On considère une particule de charge q et de vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{u}_x + v_{0z}\vec{u}_z$ qui se déplace dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{u}_z$. La particule est initialement à l'origine O du repère.

Etablir les équations $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de la trajectoire de la particule. De quel type de trajectoire s'agit-il ? Dessinez-la et donnez ses caractéristiques.

Exercice 3 : Mesure de la charge massique de l'électron, expérience de J.J. Thomson (1897) :

- On réalise la déviation d'un faisceau d'électrons à l'aide d'un champ électrique \vec{E} , uniforme et indépendant du temps, et on mesure la déviation Y du spot sur l'écran (voir la figure).
- On établit alors, dans la région où règne le champ \vec{E} , un champ magnétique \vec{B} , uniforme et indépendant du temps, perpendiculaire à \vec{E} . On règle la valeur de \vec{B} de manière à ce que le spot soit ramené en H .



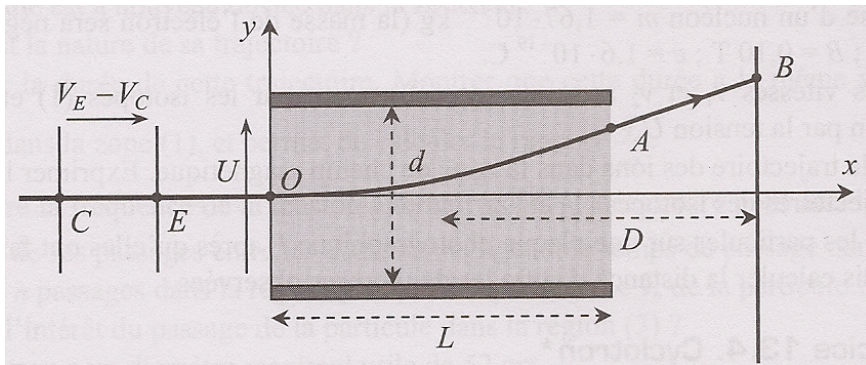
Etablir l'expression de la charge massique e/m de l'électron en fonction des grandeurs intervenant dans l'expérience. Les mesures les plus récentes réalisées à partir de perfectionnements de cette méthode ou par des méthodes différentes fournissent la valeur : $e/m = 1,7588.10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$.

Exercice 4 : Spectrographe de masse (CAPES 2006) :

Exercice 5 : Principe d'un oscilloscope analogique :

Dans un oscilloscope analogique, un faisceau d'électrons émis en un point C, avec une vitesse quasi nulle, est accéléré par une tension U_0 entre les points C et E situés sur un axe (Ox). puis il pénètre en O, avec la vitesse $v_0 \vec{u}_x$, dans le champ électrique \vec{E} supposé uniforme régnant entre deux plaques parallèles métalliques, symétriques par rapport au plan (Oxz), de longueur L et séparées par une distance d. Le champ est créé par une tension U appliquée entre ces plaques.

Le faisceau sort en A de la zone où règne le champ, puis il atteint finalement l'écran de l'oscilloscope en un point B (spot lumineux). L'écran est à la distance D du milieu des plaques.



- 1) a) Indiquer, en le justifiant, le signe de $V_E - V_C$.
- b) Calculer, en fonction de $U_0 = |V_E - V_C|$, la norme v_0 de la vitesse au point O d'un électron, de masse m et de charge $-e$.
Données : $U_0 = 1000 \text{ V}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
- 2) Déterminer l'équation de la trajectoire d'un électron entre O et A. En déduire l'ordonnée y_A du point de sortie A.
- 3) a) Quel est la nature du mouvement d'un électron entre A et B, où ne règne aucun champ ?
- b) Déterminer l'équation de cette trajectoire et montrer que l'ordonnée y_B du spot est proportionnelle à la tension U appliquée entre les plaques.

Exercice 6 : Cyclotron :

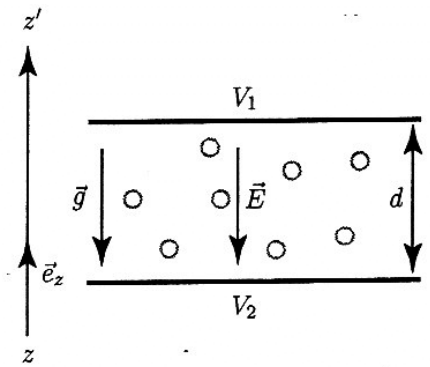
Le premier cyclotron fut construit en 1932 par Ernest Orlando Lawrence à Berkeley (Californie). L'appareil avait un rayon de 14 cm et communiquait à des protons une énergie cinétique de 1,2 MeV. La différence de potentiel était de 4000 V au moment du passage du faisceau entre les dees. Calculer :

- a) La vitesse maximale des protons
- b) La tension accélératrice qu'il aurait fallu utiliser pour leur communiquer directement cette vitesse
- c) La fréquence du champ accélérateur
- d) Le nombre de tours décrits par les protons
- e) La norme du champ magnétique utilisé

Données : Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; masse d'un proton : $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Exercice 7 : Mouvement de gouttelettes chargées (ENAC 2005) :

1. — On disperse un brouillard de fines gouttelettes sphériques d'huile, de masse volumique $\rho_h = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, dans l'espace séparant les deux plaques horizontales d'un condensateur plan distantes de $d = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Les gouttelettes obtenues sont chargées négativement en raison des frottements qu'elles subissent à la sortie du pulvérisateur et sont supposées ne pas avoir de vitesses initiales (cf. figure ci-contre). Toutes les gouttelettes sphériques ont même rayon R mais n'ont pas forcément la même charge $-q$. En l'absence de champ électrique \vec{E} , une gouttelette est soumise à son poids (on prendra pour l'accélération de la pesanteur la valeur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$), à la poussée d'Archimède de la part de l'air ambiant de masse volumique $\rho_a = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et à une force de frottement visqueux \vec{f} , proportionnelle et opposée à sa vitesse \vec{v} de norme $f = 6\pi\eta R \|\vec{v}\|$ où $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ S.I.}$ est le coefficient de viscosité de l'air.



Montrer que la vitesse $v(t)$ des gouttelettes peut se mettre sous la forme :

$$\vec{v}(t) = -v_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \vec{e}_z. \text{ Exprimer } \tau.$$

A) $\tau = \frac{9R^3 \rho_h}{2\eta}$ B) $\tau = \frac{2R\rho_a}{3\eta}$ C) $\tau = \frac{4R^2 \rho_a}{9\eta}$ D) $\tau = \frac{2R^2 \rho_h}{9\eta}$

2.— Exprimer v_0 .

A) $v_0 = \frac{2R^2}{9\eta} (\rho_h - \rho_a)g$ B) $v_0 = \frac{9R^2}{2\pi\eta} (\rho_h - \rho_a)g$.
 C) $v_0 = \frac{9R^2}{2\eta} (\rho_a - \rho_h)g$ D) $v_0 = \frac{4\pi R^3}{3\eta} (\rho_h + \rho_a)g$

3.— On mesure une vitesse limite $v_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Calculer le rayon R des gouttelettes d'huile.

A) $R = 2,53 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ B) $R = 7,42 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ C) $R = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ D) $R = 4,67 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

4. — On applique une différence de potentiel $U = V_1 - V_2 > 0$ aux bornes du condensateur de façon à ce que le champ électrique E uniforme et constant qui apparaît dans l'espace compris entre les armatures soit dirigé suivant la verticale descendante (cf. figure ci-dessus).

Exprimer la relation qui existe entre U et la norme E du champ électrique.

A) $U = \frac{E}{d}$ B) $U = Ed$ C) $U = \frac{d}{E}$ D) $U = 2 \frac{E}{d}$

5. — Une gouttelette est immobilisée pour $U = 3200 \text{ V}$. Calculer la valeur absolue q de sa charge.

A) $q = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ B) $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ C) $q = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ D) $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Exercice 8 : Mouvement dans des champs E et B orthogonaux :

Dans le référentiel R de repère Oxyz, on considère une particule de masse m et de charge q, ayant une vitesse nulle et se trouvant au point O à l'instant $t = 0$. On établit à cet instant deux champs uniformes et indépendants du temps : $\vec{B} = B\vec{e}_z$ et $\vec{E} = E\vec{e}_y$.

On pose $\omega = \frac{qB}{m}$ et $A = \frac{E}{B\omega}$.

- 1) Déterminer les équations différentielles régissant le mouvement de la particule.
- 2) Déterminer les équations paramétriques de la trajectoire.
- 3) Quelle est la nature géométrique de la trajectoire ?
- 4) a) Déterminer l'expression de la norme de la vitesse $v(t)$.
- b) Exprimer la valeur de la vitesse à l'instant $t = \frac{\pi}{\omega}$ en fonction de E et B. Retrouver ce résultat en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.
- c) Exprimer la vitesse moyenne de la particule, appelée vitesse de dérive \vec{v}_d , en fonction de E et B et du vecteur unitaire adéquat.