Feuille d'exercices n°17 :
Introduction à la physique quantique

Exercice 1 : « Photons hertziens » :

Un émetteur radio émet un signal de fréquence 105,5 MHz et de puissance 100 kW. Evaluer le nombre de photons qu'il émet par seconde.

Exercice 2 : Couleur d'un LASER :

La lumière d'un faisceau LASER est émise par des atomes effectuant une transition entre deux niveaux d'énergie distants de 2,28 eV. Quelle est la couleur de ce LASER ?

Exercice 3 : Longueur d'onde de de Broglie :

1) Calculer la longueur d'onde de de Broglie d'un homme de 75 kg marchant à 5,0 km/h. Comparer à la largeur de la porte de votre chambre et conclure.

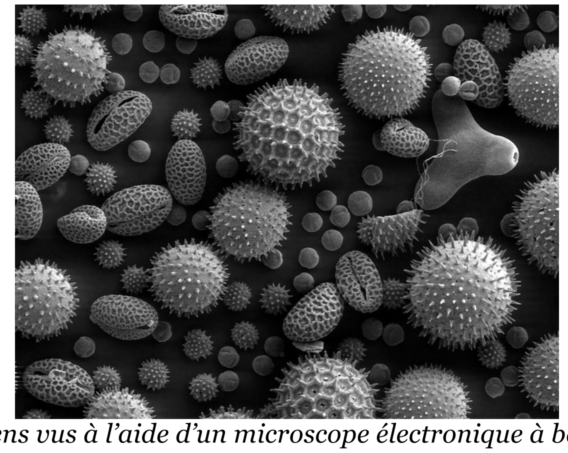
2) Quelle énergie, en électronvolts, doit-on communiquer à des électrons (de masse $m_e = 9{,}11.10^{-31} kg$) pour que leur longueur d'onde de de Broglie soit égale à 0,1 nm ?

3) Calculer les longueurs d'ondes de de Broglie pour un électron et un proton (de masse $m_p = 1{,}67.10^{-27} kg$) dont les énergies cinétiques valent toutes deux 100 eV.

Exercice 4 : Nombre de photons :

Le flux solaire au niveau du sol terrestre vaut, par beau temps, environ $\Phi_S = 1000 W.m^{-2}$. En prenant pour les photons solaires une longueur d'onde moyenne $\lambda_m = 500 nm$, trouver l'ordre de grandeur du nombre N de photons qui traversent la pupille d'un homme qui regarde directement le soleil, pendant une durée $\Delta t = 1{,}0 s$. On considèrera que quand on regarde le soleil, la pupille, très peu ouverte, a un diamètre d = 3 mm.

Exercice 5 : Microscope électronique à balayage (MEB) :



Grains de pollens vus à l'aide d'un microscope électronique à balayage (MEB)

Le pouvoir de résolution d'un microscope, c'est à dire la taille caractéristique des plus petits détails qu'il permet d'observer, est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde utilisée par le microscope.

1) Justifier l'affirmation ci-dessus en expliquant quel est le phénomène physique qui limite le pouvoir de résolution d'un microscope. Quel est l'ordre de grandeur de la taille du plus petit détail que l'on peut voir avec un microscope optique classique, qui utilise la lumière visible ?

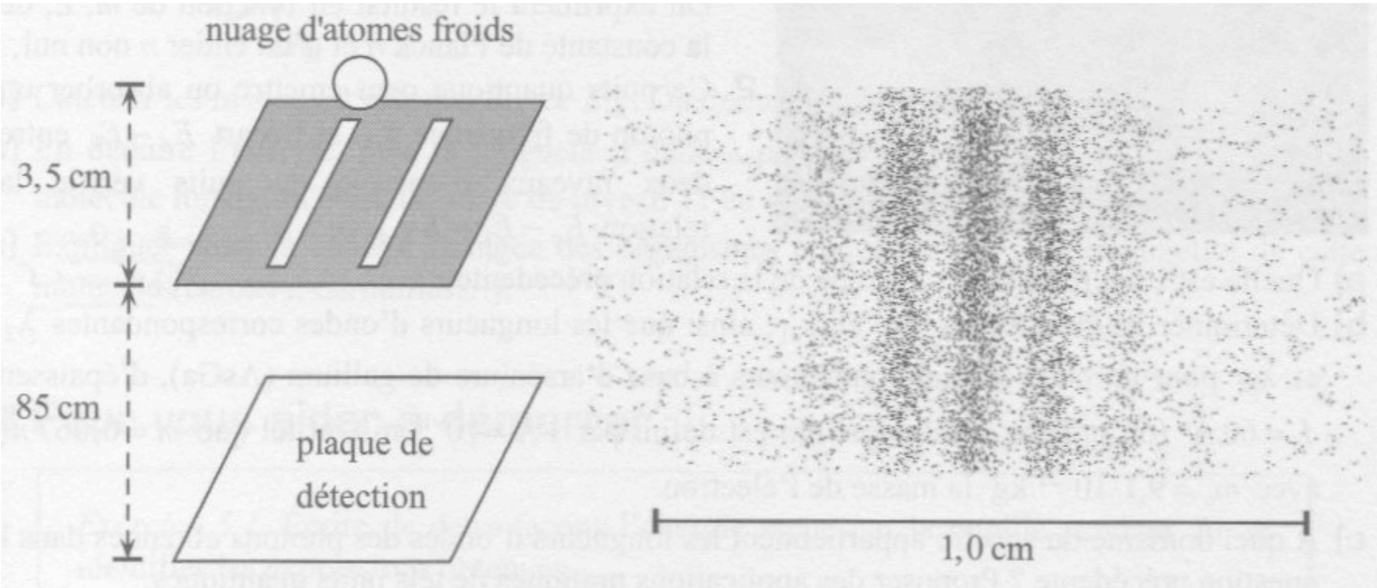
2) Sur l'image ci-dessus, représentant des grains de pollen vus au MEB, on peut discerner des détails (notamment les petites « pointes » sur les grains de pollen) de taille de l'ordre de 50 nm.

a) Pourrait-on voir de tels détails avec un microscope optique ?

b) Dans un microscope électronique à balayage, un faisceau d'électrons est envoyé sur l'échantillon à analyser. Après interaction avec la matière, ces électrons sont récupérés par des capteurs dont les informations permettent de reconstruire l'image. Evaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique minimale des électrons qui ont été utilisés pour obtenir cette image. (On rappelle la masse de l'électron $m_e = 9{,}1.10^{-31} kg$).

Exercice 6 : Expérience de Shimizu et Takuma :

En 1992, les physiciens japonais Shimizu et Takuma réalisaient une expérience d'interférences atomiques : un nuage d'atomes de néon est lâché sans vitesse initiale à 3,5 cm au dessus d'un écran percé de deux fentes parallèles, de largeur égale à 2,0 μm et distantes de d = 6,0 μm. Les atomes sont alors détectés sur une plaque située à une distance D = 85 cm à l'aplomb du plan des fentes. Chaque point noir sur la plaque réceptrice représente l'impact d'un atome (cf figure ci-dessous, à droite).

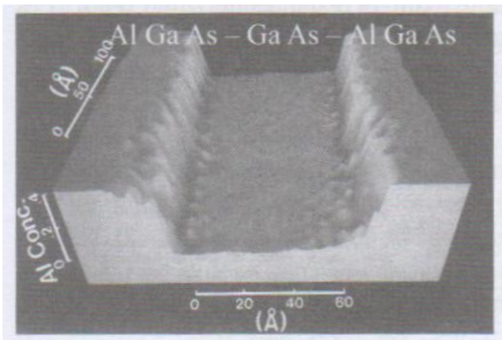


1) Comment se manifestent respectivement les caractères corpusculaire et ondulatoire des atomes de néon dans cette expérience ?

2) Déterminer l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ des atomes de néon dans ce dispositif interférentiel. On rappelle l'expression de l'interfrange i dans une expérience de type fentes de Young avec écran à grande distance : $i = \dfrac{\lambda D}{d}$.

3) En déduire un ordre de grandeur de la vitesse v des atomes de néon au cours de leur chute. On donne la masse molaire du néon : $M = 20 g.mol^{-1}$ et le nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}0.10^{23} mol^{-1}$.

Exercice 7 : Absorption de photons par un puits quantique :

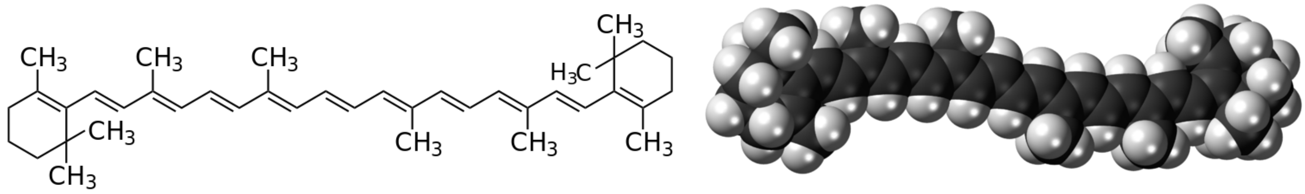


On considère un puis quantique à bases de semi-conducteurs : un électron est confiné dans une couche d'Arséniure de Gallium GaAs de largeur L = 60 Å (1 Å = 10^{-10} m) prise « en sandwich » entre deux couches d'Arséniure de Gallium – Aluminium AlGaAs (dans lesquelles l'électron ne peut pas pénétrer).
Dans le semi-conducteur, les électrons ont une masse modifiée, appelée « masse effective » $m^* = 0{,}067\, m_e$ où $m_e = 9{,}1.10^{-31} kg$.

1) Exprimer les valeurs des niveaux d'énergie E_n de l'électron dans ce « puis quantique ».

2) Calculer la fréquence, puis la longueur d'onde, du photon émis par ce système lors d'une transition du niveau n = 2 au niveau n = 1. A quel domaine du spectre électromagnétique ce photon appartient-il ?

Exercice 8 : Pourquoi les carottes sont orange ?



Le β-carotène : formule topologique et visualisation 3D (les atomes de carbone sont représentés en noir et les atomes d'hydrogène en blanc)

Certaines molécules organiques ayant une longue chaine linéaire, comme le β-carotène, contiennent des électrons qui ne sont pas attachés à un noyau particulier, mais peuvent au contraire se déplacer sur toute la longueur de la molécule.

On modélise un tel électron, de masse $m = 9{,}11.10^{-31} kg$, comme une particule qui se déplace librement sur un segment de droite, entre les abscisses x = 0 et x = L. L'énergie potentielle E_p est nulle sur le segment et infinie partout ailleurs (particule confinée dans une « boîte »). Sa fonction d'onde $\psi(x)$ est alors liée à son énergie totale E par l'équation différentielle : $-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$ (équation de Schrödinger stationnaire), où h est la constante de Planck.

1) On cherche tout d'abord à déterminer la fonction d'onde $\psi(x)$.

a) Justifier brièvement que $\psi(x)$ est nulle en dehors de l'intervalle $[O, L]$.

b) $\psi(x)$ étant une fonction continue, elle est donc nulle aux deux extrémités de la molécule : $\psi(0) = \psi(L) = 0$. Montrer que la solution de l'équation différentielle est de la forme $\psi(x) = A\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ où n est un entier et A une constante qu'on ne cherchera pas à déterminer.

2) Donner l'expression des niveaux d'énergie E_n en fonction de m, L, h et n.

3) Dans le β-carotène, ce sont les électrons des onze liaisons doubles qui se comportent comme des particules libres confinées sur une longueur L = 1,83 nm. Dans l'état fondamental de la molécule, ces électrons occupent les onze niveaux d'énergie les plus bas.

a) Calculer les énergies E_{11} et E_{12} des niveaux n = 11 et n = 12. On donne h = $6{,}63.10^{-34}$ J.s.

b) En déduire l'énergie, puis la longueur d'onde λ dans le vide, d'un photon absorbé par la molécule, lorsqu'un électron passe du niveau 11 au niveau 12. On donne c = $3{,}0.10^{8}$ m.s^{-1}.

c) Expliquer alors la couleur orangée des organismes contenant une grande quantité de cette molécule (carottes, citrouilles…).