Correction d'exercices de la feuille 3 (superposition de deux ondes)

Romain Planques (MPSI 1, Lycée Thiers, Marseille)

Exercice 3 : Contrôle actif du bruit

Ecrivons la forme mathématique des deux ondes progressives sinusoïdales qui arrivent en M (celle venant de P et celle venant de S) :

$$s_P(M,t) = A\cos(\omega t - kd_P + \varphi_P) \tag{1}$$

et :

$$s_S(M,t) = A\cos(\omega t - kd_S + \varphi_S) \tag{2}$$

La déphasage entre ces deux ondes au niveau du point M vaut donc :

$$\Delta\Phi = (\omega t - kd_S + \varphi_S) - (\omega t - kd_P + \varphi_P) = (\varphi_S - \varphi_P) - k(d_S - d_P) = \Delta\varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda}(d_S - d_P) \tag{3}$$

puisque $\varphi_S - \varphi_P = \Delta\varphi_0$ est le déphasage entre les deux sources au moment où elles émettent.

Pour qu'il y ait interférences destructives en M, il faut que les deux signaux en M soient en opposition de phase, c'est à dire que $\Delta\Phi = \pi[2\pi]$, soit $\Delta\Phi = (2n+1)\pi$, avec $n \in \mathbb{Z}$.

Il faut donc que :

$$\Delta\varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda}(d_S - d_P) = (2n+1)\pi \tag{4}$$

soit :

$$\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_S - d_P) + (2n+1)\pi \tag{5}$$

Application numérique : on trouve :

$$\Delta\varphi_0 = 7,33rad = 420° \tag{6}$$

Remarque : comme le déphasage est défini à 2π (i.e. 360°) près, un déphasage de 60° suffirait.

Exercice 4 : Ecoute musicale et interférences

1)

a)

L'onde qui se réfléchit doit parcourir une distance $2D$ supplémentaire. Puisqu'elle se propage à la célérité c, le décalage temporel entre les deux ondes vaudra :

$$\tau = \frac{2D}{c} \tag{7}$$

b)

On a vu en cours que le déphasage est relié au décalage temporel par la formule :

$$\Delta\varphi = \omega\tau = 2\pi f\tau \tag{8}$$

On aura donc ici $\Delta\varphi = \frac{4\pi Df}{c}$.

c)

Si l'onde incidente et l'onde refléchie sont en opposition de phase quand elles se superposent, elles vont interférer destructivement, et donc l'amplitude du son entendu par l'auditeur sera plus faible.

Cela se produire quand $\Delta\varphi = \pi[2\pi]$, soit $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$, où n est un entier.

En remplaçant $\Delta\varphi$ par son expression déterminée précédement, on obtient que l'atténuation aura lieu aux fréquences f_n telles que :

$$f_n = \frac{(2n+1)c}{4D} \tag{9}$$

avec $n \in \mathbb{N}$.

Pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine des sons audible, il faut et il suffit que la plus basse d'entre elles (i.e. f_0) soit supérieure à $20kHz$.

On a donc : $\frac{c}{4D} > 20.10^3$, ce qui correspond à $D < \frac{c}{80.10^3}$, soit $D < 4,2mm$. Clairement cette condition est irréalisable : même en collant sa tête au mur, il y aura toujours plus de $4mm$ entre les oreilles et le mur !

d)

Plus l'auditeur est éloigné du mur, plus l'onde réfléchie doit parcourir une distance importante et donc plus son amplitude sera faible quand elle arrivera aux oreilles de l'auditeur. Ainsi, même si elle interfère destructivement avec l'onde incidente, elle ne fera pas énormément baisser son amplitude.

2)

a)

On voit sur le schéma que la différence de fréquence entre deux minima d'amplitude est d'environ $\Delta f \simeq 2,1kHz$.

De plus, d'après la question 1)c)), $\Delta f = f_{n+1} - f_n = \frac{c}{2D}$.

On en déduit que $D = \frac{c}{2*\Delta f} \simeq 8,1cm$.

b)

On sait que quand deux ondes de même amplitude A_0 interfèrent constructivement, l'amplitude totale vaut $2A_0$. On a donc $20\log(\frac{2A_0}{A_{ref}}) = 97dB$, soit $A_{0,dB} = 91dB$.

Exercice 9

1)

On sait (voir l'exercice précédent) que la fréquence fondamentale émise par une corde de longueur n vaut $f = \frac{c}{2L}$.

La célérité cherchée doit donc valoir $c = 2Lf = 336m/s$.

2)

- Pour $n = 2$, il est évident qu'il s'agira d'un Do_4 (puisque multiplier par 2 la fréquence revient à monter d'une octave
- Pour $n = 3$ on obtient une fréquence $f = 262 \times 3 = 786Hz$. Or $786/2 = 393$ ce qui est (quasiment) la fréquence du Sol_3, ainsi l'harmonique $n = 3$ correspond à un Sol_4.
- Pour $n = 4$, on a de manière évidente un Do_5 (puisqu'on a à nouveau doublé la fréquence à partir du Do_4.
- Pour $n = 5$, on obtient une fréquence $f = 5 \times 262 = 1310Hz$. Or $1310/4 = 328$, ce qui est très proche de la fréquence du Mi_3. Cette harmonique correspond donc à un Mi_5.
- L'harmonique $n = 6$ a une fréquence double du $n = 3$, il s'agit donc du Sol_5
- Pour $n = 7$ on obtient $f = 1834Hz$, or $1834/4 \simeq 460$, ce qui est proche du $La_3\#$. L'harmonique $n = 7$ est donc un $La_5\#$.

3)

On voit donc que quand on joue la corde du Do, la présence des harmoniques de rangs 2, 3, 4, 5 et 6 ne sera pas gênante car ils correspondent à des notes qui «se marient bien» avec le Do. Par contre, l'harmonique de rang $n = 7$ sera peu harmonieux.

Pour essayer de le supprimer (ou du moins de diminuer son amplitude) on peut essayer de gratter la guitare au niveau d'un noeud de l'onde stationnaire correspondant à cette harmonique, c'est à dire à $1/7^{ème}$, $2/7^{ème}$, $3/7^{ème}$, $4/7^{ème}$, $5/7^{ème}$ ou $6/7^{ème}$ de la longueur de la corde.